

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ УКРАИНЫ
НАЦИОНАЛЬНЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
«ХАРЬКОВСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ»

В.Е. Бондаренко О.В. Шутенко, Д.Н. Баклай

**МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ТЕХНИЧЕСКОЙ ДИАГНОСТИКИ
ОБЪЕКТОВ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ СЕТЕЙ**

Учебное пособие
для студентов специальности
«Электроэнергетика, электротехника и электромеханика»
в том числе для иностранных студентов

Часть первая
ДИАГНОСТИКА СОСТОЯНИЯ ОБОРУДОВАНИЯ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ
СЕТЕЙ НА ОСНОВЕ СТАТИСТИЧЕСКИХ И ДЕТЕРМИНИСТСКИХ
МЕТОДОВ РАСПОЗНАВАНИЯ

Рекомендовано ученым советом
Национального технического университета
«Харьковский политехнический институт»

Харьков
НТУ «ХПИ»
2017

УДК 621.311.1(075)
ББК 31.279я7
Б 81

Рецензенты:

О. М. Попов, д-р техн. наук, с.н.с., гл. н.с., ХНУРЭ;
С. А. Тимчук, д-р техн. наук, проф., ХНТУСХ им. П. Василенко

Рекомендовано ученым советом
Национального технического университета
«Харьковский политехнический институт»
как учебное пособие для студентов специальности «Электроэнергетика,
электротехника и электромеханика», протокол № 4, от 28 апреля 2017

Навчальний посібник містить систематизовану характеристику методів діагностики стану складних технічних об'єктів і систем. Розглянуто загальні положення статистичних та детерміністських методів розпізнавання. Наведено практичні приклади діагностики стану високовольтного устаткування на основі викладених методів.

Призначено для студентів і магістрів спеціальності № 141 «Електроенергетика, електротехніка та електромеханіка» за спеціалізацією «Техніка високих напруг та діагностика об'єктів електричних мереж», а також для здобувачів, аспірантів і дослідників, що працюють у галузі діагностики стану високовольтного електроенергетичного обладнання.

Бондаренко В. Е.

Б. 81 Математические основы технической диагностики объектов электрических сетей : учеб. пособие в 2 частях. Ч. 1 / В. Е. Бондаренко, О. В. Шутенко, Д. Н. Баклай. – Харьков: НТУ «ХПИ», 2017. – 256 с.

ISBN

ISBN

Учебное пособие содержит систематизированную характеристику методов диагностики состояния сложных технических объектов и систем. Рассмотрены общие положения статистических и детерминистских методов распознавания. Приведены практические примеры диагностики состояния высоковольтного оборудования на основе изложенных методов.

Предназначено для студентов и магистров специальности № 141 «Электроэнергетика, электротехника и электромеханика» по специализации «Техника высоких напряжений и диагностика объектов электрических сетей», а также для соискателей, аспирантов и исследователей, работающих в области диагностики состояния высоковольтного электроэнергетического оборудования.

Ил. 60. Табл. 27. Библиогр. 90 наим.

УДК 621.311.1(075)
ББК 31.279я7

ISBN

© В. Е. Бондаренко, О. В. Шутенко, Д. Н. Баклай, 2017
© НТУ «ХПИ», 2017

СОДЕРЖАНИЕ

ПРЕДИСЛОВИЕ.....	6
ВВЕДЕНИЕ.....	7
Раздел 1. ВВЕДЕНИЕ В ТЕХНИЧЕСКУЮ ДИАГНОСТИКУ.	
ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ И ОПРЕДЕЛЕНИЯ	8
1.1. Основные понятия и определения технической диагностики.....	8
1.2. Состояния диагностических объектов и события перехода.....	9
1.3. Задачи технической диагностики.....	14
1.4. Структура технической диагностики	18
1.5. Диагностические модели.....	19
1.6. Постановка задач технической диагностики.....	20
Вопросы для самоконтроля	22
Литература к разделу.....	22
 Раздел 2. СТАТИСТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ РАСПОЗНАВАНИЯ.....	24
2.1. Метод Байеса.....	24
2.2. Метод последовательного анализа	34
2.3. Статистические решения для одного диагностического параметра.....	35
2.4. Статистические решения при наличии зоны неопределенности и другие обобщения.....	50
2.5. Статистические решения для нескольких состояний.....	54
2.6. Статистические решения для многомерных распределений.....	56
2.7. Определение граничных значений концентраций растворенных в масле газов, обеспечивающих минимальное значение риска.....	60
Вопросы для самоконтроля.....	104
Литература к разделу.....	105
 Раздел 3. МЕТОДЫ ОЦЕНКИ ИНФОРМАТИВНОСТИ ДИАГНОСТИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ.....	109
3.1. Энтропия системы.....	109
3.2. Измерение информации.....	111

3.3. Диагностическая ценность признаков.....	116
3.4. Диагностическая ценность обследования.....	120
3.5. Оптимизация процедуры диагностики изоляции на основе анализа информационной значимости диагностических признаков.....	128
3.6. Особенности определения диагностической ценности показателей качества изоляции высоковольтного электроэнергетического оборудования.....	134
Вопросы для самоконтроля.....	138
Литература к разделу.....	138

Раздел 4. МЕТОДЫ РАЗДЕЛЕНИЯ В ПРОСТРАНСТВЕ

ПРИЗНАКОВ.....	141
4.1. Линейные методы разделения.....	141
4.2. Разделение в диагностическом пространстве.....	154
4.3. Метод потенциальных функций и метод потенциалов.....	158
4.4. Оптимизация системы информационных показателей качества трансформаторного масла для технического эксплуатационного контроля маслонаполненного энергетического оборудования.....	163
Вопросы для самоконтроля.....	169
Литература к разделу.....	170

Раздел 5. МЕТРИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ РАСПОЗНАВАНИЯ.....

5.1. Метрика пространства признаков.....	172
5.2. Диагностика по расстоянию в пространстве признаков.....	176
5.3. Распознавание типа дефекта высоковольтных силовых трансформаторов на основе анализа образов дефектов, построенных по результатам хроматографического анализа растворенных в масле газов	182
5.4. Формирование эталонных множеств в условиях временного дрейфа диагностических признаков.....	188
5.5. Распознавание траектории изменения состояния диагностируемого объекта.....	193

Вопросы для самоконтроля	202
Литература к разделу.....	203
 Раздел 6. МЕТОДЫ РАСПОЗНАВАНИЯ КРИВЫХ.....	206
6.1. Обнаружение неслучайных отклонений по методу средних.....	207
6.2. Обнаружение неслучайных отклонений на основе дисперсион- ного анализа линейной регрессии.....	210
6.3. Оценка неслучайных отклонений по контрольным уровням.....	218
6.4. Общая задача распознавания кривых, метод признаков.....	221
6.5. Распознавание кривых по комплексу признаков	231
6.6. Обнаружение развивающихся дефектов на основе анализа динамики изменения концентраций газов, растворенных в масле трансформаторов.....	231
Вопросы для самоконтроля	247
Литература к разделу.....	248
Предметный указатель	252

ПРЕДИСЛОВИЕ

Курс «Математические основы технической диагностики» входит в число дисциплин для подготовки специалистов и магистров по специальности № 141 «Электроэнергетика, электротехника и электромеханика» по специализации «Техника высоких напряжений и диагностика объектов электрических сетей» и предусматривает в процессе изучения формирование у студентов фундаментальных представлений о современных методах распознавания состояния сложных технических объектов и систем.

Согласно учебному плану, курс «Математические основы технической диагностики» предусматривает проведение лекционных, практических и лабораторных занятий, а также самостоятельную работу студентов.

Дисциплина базируется на курсах высшей математики и вычислительной техники, знании основ теории вероятности и математической статистики, а также таких дисциплин, как «Техника и электрофизика высоких напряжений», «Объекты диагностики и контроля в электрических системах» и «Методы контроля оборудования электроэнергетических систем и прогнозирования остаточного ресурса».

Содержание учебного пособия соответствует программе курса «Математические основы технической диагностики», читаемого в Национальном техническом университете «Харьковский политехнический институт», для студентов специальности 8.05070102 «Электрические системы и сети».

ВВЕДЕНИЕ

Эксплуатация высоковольтного электроэнергетического оборудования, в особенности отработавшего свой нормативный ресурс, без снижения его эксплуатационной надежности является задачей государственной важности. Одной из наиболее актуальных проблем электроэнергетической отрасли как в Украине, так и за рубежом является старение электроэнергетического оборудования. К настоящему времени в эксплуатации находится свыше 60–70 % оборудования, превысившего нормативный срок службы 25 лет. Замена устаревшего оборудования проводится медленно и не успевает за темпами старения, поэтому в ближайшие годы в эксплуатации будут находиться все большее количество единиц оборудования, отработавшего нормативный срок службы. Учитывая, что электроэнергетика – это базовая отрасль экономики любого государства и от ее функционирования зависит практически вся инфраструктура современной цивилизации, задача обеспечения эксплуатационной надежности оборудования является крайне актуальной.

Учебное пособие издается в 2-х частях. В первой части пособия изложены основные положения статистических и детерминистских методов распознавания, а также методы распознавания кривых. Приводятся практические примеры диагностики состояния высоковольтного оборудования на основе изложенных методов. Приведенный материал позволит студентам овладеть методами, математическими моделями и алгоритмами для диагностики состояния электроэнергетического оборудования с учетом физических процессов, происходящих в условиях длительной эксплуатации, основными подходами к определению граничных значений диагностических признаков, методами оценки их диагностической ценности, методологией принятия решений о возможности дальнейшей эксплуатации электроэнергетического оборудования и основными средствами для обработки результатов диагностических измерений.

РАЗДЕЛ 1

ВВЕДЕНИЕ В ТЕХНИЧЕСКУЮ ДИАГНОСТИКУ. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ И ОПРЕДЕЛЕНИЯ

1.1. Основные понятия и определения технической диагностики

Термин «*диагностика*» происходит от греческого слова «*диагнозис*», что означает распознавание, определение [1].

В процессе диагностики устанавливается диагноз, то есть определяется состояние больного (медицинская диагностика) или состояние технической системы (техническая диагностика).

Техническая диагностика – отрасль научно-технических знаний, сущность которых составляют теория, методы и средства обнаружения и поиска дефектов объектов технической природы.

Исследование технического состояния оборудования является предметом технической диагностики, цель которой – изучение проявлений (признаков) различных технических состояний, разработка методов их определения, а также принципов построения и использования систем диагностирования.

Основной задачей технической диагностики является распознавание состояния технической системы в условиях ограниченности информации. Теоретическим фундаментом для решения задач технической диагностики следует считать общую теорию распознавания образов.

Под *системой* понимают любое техническое устройство, выполняющее заданные функции. Часть системы, которая выполняет определенные функции в составе целого, называют элементом или блоком. Предполагается, что блок состоит из элементов, и элемент уже не подлежит дальнейшему разделению на части. Иногда под системой понимают не только техническое устройство, взятое изолированно, но и среду, в которой оно функционирует, и обслуживающий персонал. Последние в этом случае выступают как элементы или блоки системы.

Целями диагностики являются своевременное выявление нарушений функционирования и работоспособности объектов, а также предотвращение серьёзных последствий возможных отказов.

1.2. Состояния диагностических объектов и события перехода

Под состоянием, или техническим состоянием объекта понимается совокупность его свойств [2, 3], характеризующихся признаками, установленными технической (конструкторской и нормативно-технической) документацией для определенных условий и режимов использования объекта. В число таких признаков могут входить числовые и иные характеристики, определяющие свойства объекта, подверженные изменению в процессе эксплуатации, хранения, транспортирования или ремонта, а также характеристики, определяющие свойства объекта, изменение которых в расчетных условиях использования невозможны (или возможны в незначительных пределах). В качестве примера последних, присущих техническим объектам, можно привести такие признаки, как массогабаритные показатели, марки материала, типы комплектующих изделий, параметры первичных элементов, способы установки и крепления и т.п.

Граничные значения диагностических признаков, характеризующих все названные свойства объекта или пределы их допустимых при нормальной эксплуатации изменений, приводятся в технической документации на объект и носят название технических требований. Технические требования обычно приводят в таких документах, как чертежи, схемы, спецификации, программы испытаний, инструкции по обслуживанию, технические условия на поставку, стандарты и др.

Иногда для характеристики состояния объекта вместо термина «признак» используют термин «показатель». Однако он имеет более ограниченное применение и фактически представляет собой признак, выраженный в числовом или функциональном виде. Свойства объекта после его изготовления непрерывно изменяются под действием различного рода факторов: воздействием внешней среды, внутренними воздействиями, определяемыми характером и режимом функционирования, деградационными процессами старения и изнашиванием и т.п. Степень влияния основных факторов на изменение свойств объекта устанавливают на стадиях его

проектирования и испытания опытных образцов. При этом определяют минимальное необходимое количество признаков, контроль которых обеспечивает достоверную оценку наиболее характерных возможных изменений свойств объекта. Такие признаки называются диагностическими признаками, или диагностическими параметрами. Они приводятся в технической документации на объект и используются для контроля его состояния.

Совокупности различных технических состояний, удовлетворяющих или не удовлетворяющих определенным требованиям, образуют виды состояний. Применительно к задачам надежности и технической диагностики рассматривают следующие виды состояний (рис. 1.1):

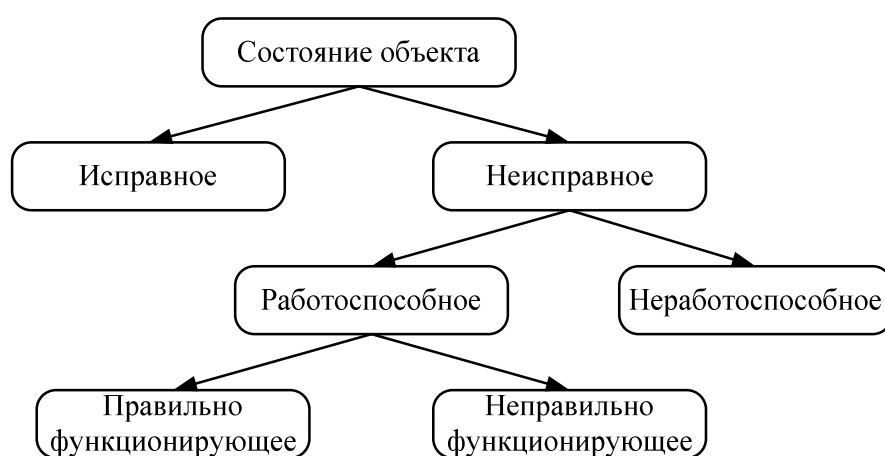


Рисунок 1.1 – Классификация состояний диагностируемого объекта

1) *исправное состояние* (исправность) – состояние объекта, при котором он удовлетворяет всем техническим требованиям;

2) *неисправное состояние* (неисправность) – состояние объекта, при котором он не удовлетворяет хотя бы одному техническому требованию;

3) *работоспособное состояние* – состояние объекта, при котором он удовлетворяет всем техническим требованиям, характеризующим его способность выполнять заданные функции;

4) *неработоспособное состояние* – состояние объекта, при котором он не удовлетворяет хотя бы одному техническому требованию из числа характеризующих его способностей выполнять заданные функции;

5) *предельное состояние* – состояние объекта, при котором дальнейшее его использование по назначению недопустимо или нецелесообразно, либо восстановление его работоспособного состояния невозможно или не-

целесообразно. Признаки предельного состояния, характеризующиеся значениями установленных диагностических параметров и показателей надежности, приводятся в технической документации на объект;

б) *состояние правильного функционирования* – состояние объекта, при котором он выполняет предписанный алгоритм функционирования при соответствии всех параметров, контролируемых визуально или штатными приборами и устройствами, техническим требованиям.

С изменением свойств объекта его состояние может изменяться в пределах одного вида, или происходит переход в состояние другого вида. Событие перехода объекта из исправного состояния в неисправное, но работоспособное называется **повреждением**. Событие перехода объекта в неработоспособное состояние называется **отказом**.

Для различения отказов их классифицируют [4]. Различают классификацию отказов математическую (вероятностную) и классификацию инженерную (физическую).

По причинам отказов можно разделить отказы на *случайные* и *систематические*.

Случайные отказы могут быть вызваны перегрузками, дефектами материалов и изготовления, ошибками персонала, сбоями. Чаще всего проявляются в неблагоприятных условиях эксплуатации.

Систематические отказы возникают по причинам, вызывающим постепенное накопление повреждений (температура, напряженность электрического поля, механические нагрузки, влияние химически агрессивных сред и т.д.). Выражаются в виде износа, старения, коррозии, залипания, утечки и т.д.

Рассмотрим наиболее часто используемые при диагностировании и исследовании надежности виды отказов.

Внезапный отказ – отказ, которому не предшествуют наблюдаемые направленные изменения одного или нескольких диагностических параметров.

Постепенный отказ – отказ, которому предшествуют постепенные наблюдаемые изменения одного или нескольких диагностических параметров, то есть имеет место процесс контролируемого изменения степени работоспособности объекта.

Явный отказ – отказ, характеризующийся выходом объекта из состояния правильного функционирования.

Совместные отказы – отказы элементов объекта, которые могут одновременно появиться в количестве двух и более.

Несовместные отказы – отказы, из которых никакие два не могут появиться вместе.

Независимые отказы. Вероятности их появления не зависят друг от друга.

Зависимые отказы. Вероятность появления одного отказа связана с вероятностью появления другого.

Скрытый отказ – отказ, выявляемый лишь при проведении технического обслуживания объекта или специальными средствами и методами диагностирования.

Частичный отказ – переход в неработоспособное состояние одного или нескольких элементов, не приводящий к общему отказу объекта.

Сбой – самоустраняющийся отказ, приводящий к кратковременному нарушению работоспособности.

Инженерная классификация отказов.

1. *По выявлению:*

- до выполнения функций;
- во время выполнения функций.

2. *По последствиям:*

- без последствий;
- приводит к невыполнению функций;
- приводит к происшествиям.

3. *По причинам:*

- конструктивно-производственные ошибки;
- ошибки оперативного персонала;
- внешние или случайные причины.

4. *По способу устранения:*

- восстановление работоспособности на месте эксплуатации;
- частичный ремонт в ремонтных службах;
- капитальный ремонт;
- списание объекта.

Кроме понятия «отказ» в теории технической диагностики и на практике могут использоваться другие понятия, связанные с нарушением работоспособности объекта.

Поломка – повреждение объекта, которое может быть устранено силами экипажа или ремонтных служб, не влекущее гибели людей.

Происшествие – событие, связанное с нарушением функционирования объекта вследствие его разрушения или повреждения.

Авария – полное разрушение объекта или такое его повреждение, восстановление которого либо невозможно, либо нецелесообразно (но не влечет гибели людей).

Катастрофа – полное или частичное разрушение объекта, влекущее гибель хотя бы одного человека (если смерть людей в результате происшествия наступает в течение 10 суток после него).

Важной задачей является не только установление факта отказа, но и определение причин и способов его устранения. Причинами отказа могут быть естественные процессы старения и изнашивания материала и узлов элементов объекта, отклонения условий эксплуатации от расчетных, хранение, транспортирование, нарушения правил эксплуатации, ошибки проектирования и конструирования, нарушение технологии изготовления и монтажа, дефекты в исходных материалах и комплектующих изделиях и т.п.

Причинами самоустраняющихся отказов могут быть помехи, дефекты программного обеспечения, кратковременные значительные изменения эксплуатационных условий и режимов.

Отказы нельзя смешивать с дефектами. *Дефектом* называется каждое отдельное несоответствие объекта требованиям, установленным нормативной документацией. Этот термин применяем ко всем видам промышленной и непромышленной продукции.

Событие перевода отказавшего объекта в работоспособное состояние путем устранения дефекта без вывода объекта из эксплуатации называется восстановлением. Устранение дефекта при этом может производиться посредством ремонта или замены дефектных элементов.

В условиях эксплуатации необходимо поддерживать (как минимум) работоспособное состояние. Это возлагается на систему технического обслуживания (ТО) и ремонтов. Основное содержание ТО – контроль состояния оборудования и его обслуживание в целях поддержания в исправном

или работоспособном состоянии. Задача ремонта – восстановление исправности или работоспособности.

Основной задачей диагностирования является своевременное обнаружение и поиск дефектов, то есть определение их наличия, характера и места нахождения. *Обнаружение дефекта* – установление факта наличия дефекта у объекта. *Поиск дефекта* – указание с определенной точностью его местонахождения в объекте.

1.3. Задачи технической диагностики

Техническая диагностика решает обширный круг задач, многие из которых являются смежными с задачами других научных дисциплин. Основной задачей технической диагностики является *распознавание состояния технической системы в условиях ограниченной информации*.

При определении технического состояния системы можно выделить три типа решаемых задач:

- 1) определение текущего состояния объекта – *задача диагностирования*;
- 2) предсказание технического состояния объекта в будущий момент времени – *задача прогнозирования* (от греческого «прогнозис» – предвидеть, предсказывать);
- 3) определение технического состояния объекта для прошедшего момента времени – *задача генеза* («генезис» – происхождение, возникновение). Это *техническая генетика* (например, расследование аварии).

В результате можно различать техническую диагностику, техническое прогнозирование и техническую генетику.

Техническую диагностику иногда называют безразборной, то есть диагностикой, осуществляемой без разборки изделия. Анализ состояния проводится в условиях эксплуатации, при которых получение информации крайне затруднено. Часто не представляется возможным по имеющейся информации сделать однозначное заключение о состоянии оборудования, поэтому для постановки диагноза приходится использовать статистические методы.

Теоретическим фундаментом для решения основной задачи технической диагностики следует считать общую *теорию распознавания образов*.

Эта теория, составляющая важный раздел технической кибернетики, занимается распознаванием образов любой природы (геометрических, звуковых и т. п.), машинным распознаванием речи, печатного и рукописного текстов и т. д. Техническая диагностика изучает алгоритмы распознавания применительно к задачам диагностики, которые обычно могут рассматриваться как задачи классификации.

Алгоритмы распознавания в технической диагностике частично основываются на диагностических моделях, устанавливающих связь между состояниями технической системы и их отображениями в пространстве диагностических сигналов. Важной частью проблемы распознавания являются правила принятия решений (решающие правила).

Решение диагностической задачи (отнесение изделия к исправным или неисправным) всегда связано с риском ложной тревоги или пропуска цели. Для принятия обоснованного решения целесообразно привлекать методы теории статистических решений, разработанные впервые в радиолокации.

Решение задач технической диагностики всегда связано с *прогнозированием* надежности на ближайший период эксплуатации (до следующего технического осмотра). Задача технического прогнозирования – определение срока и периодичности проверок и ремонтов. Здесь решения должны основываться на моделях отказов, изучаемых в теории надежности. Решение задач *технического прогнозирования* весьма важно для организации обслуживания объектов по состоянию вместо обслуживания по срокам или ресурсу. Прогнозирование может быть групповым и индивидуальным. При индивидуальном прогнозировании априорная информация должна быть индивидуальной для каждого экземпляра объекта.

Задачи *технической генетики* возникают в связи с расследованием причин аварий и катастроф, когда настоящее состояние объекта отличается от состояния, в котором он оказался в прошлом в результате появления первопричины, вызвавшей аварию.

Вторым важным направлением технической диагностики является теория *контролеспособности*.

Контролеспособностью называется свойство изделия обеспечивать достоверную оценку его технического состояния и раннее обнаружение неисправностей и отказов.

Главной задачей теории контролеспособности является изучение средств и методов получения диагностической информации. В сложных технических системах используется автоматизированный контроль состояния, которым предусматривается обработка диагностической информации и формирование управляющих сигналов. Методы проектирования автоматизированных систем контроля составляют одно из направлений теории контролеспособности. Наконец, очень важные задачи теории контролеспособности связаны с разработкой алгоритмов поиска неисправностей, разработкой диагностических тестов, минимизацией процесса установления диагноза.

В связи с тем что техническая диагностика развивалась первоначально только для радиоэлектронных систем, многие авторы отождествляют теорию технической диагностики с теорией контролеспособности (поиском и контролем неисправностей), что, конечно, ограничивает область приложения технической диагностики.

Диагностика основывается на результатах периодических осмотров и технического контроля. Термин **«контроль»** означает всю совокупность процедур, необходимых для принятия решения по обеспечению нормальной эксплуатации объекта. *Технический контроль* – проверка соответствия продукции или процесса установленным техническим требованиям.

Технический контроль осуществляется на разных стадиях жизненного цикла изделия. В частности большое значение имеет *эксплуатационный контроль*:

- контроль параметров изделия при его функционировании с использованием штатных приборов контроля;
- периодический контроль правильности функционирования с использованием штатных сигнализаторов;
- контроль с целью обнаружения отклонений в работе изделия с использованием штатных средств контроля;
- диагностика технического состояния с использованием специальных диагностических алгоритмов на основе контрольно-измерительной информации.

Эксплуатационный контроль объектов является системой определения его технического состояния. На основании полученных при контроле данных принимается решение о допустимости дальнейшей эксплуатации

объекта или о необходимости ремонта и его объем. Система эксплуатационного контроля должна обеспечить выявление и идентификацию дефектов (собственно диагностирование), а также прогнозирование их развития. Объем испытаний при эксплуатационном контроле определяется, исходя из опыта эксплуатации. Периодичность контроля определяется скоростью развития дефектов и устанавливается в результате ряда повторяемых испытаний.

Контроль и диагностика решают следующие задачи:

- ✓ создание контролепригодного изделия;
- ✓ разработку системы контрольных средств;
- ✓ разработку методов обработки и анализа контрольно-измерительной информации;
- ✓ обоснование и реализацию способов представления диагностической информации;
- ✓ разработку рекомендаций по использованию результатов контроля и диагностики для принятия необходимых решений.

В наибольшей степени целям диагностики соответствует контроль по прогнозирующему параметру, то есть по такому параметру, который наиболее тесно связан с отказом. Обычно эта связь носит стохастический характер. Достоверность прогнозирования зависит от того, насколько тесна эта связь.

Прогноз надежности возможен лишь в том случае, если для каждого вида оборудования будут выявлены прогнозирующие параметры, определены их предельные значения и разработаны методы их измерения в условиях эксплуатации. Пока таких данных в полном объеме нет.

Диагностирование дает данные о состоянии объекта в момент контроля, то есть точечную оценку. Для прогнозирования необходимо знание процесса изменения технических характеристик. Переход к прогрессивной системе технического обслуживания оборудования по его состоянию требует значительного повышения эффективности контроля.

Современная система диагностирования должна, в первую очередь, быть системой раннего выявления развивающихся дефектов. Для создания эффективной системы контроля необходимо:

- на основании опыта эксплуатации выявить дефекты, приводящие к отказам, причины их возникновения и ход развития;

- определить наблюдаемые характеристики (диагностические параметры) объекта, изменение которых связано с возникновением и развитием дефектов;
- выявить связи между значениями параметров и техническим состоянием оборудования. Установить предельные значения параметров, характеризующие переход объекта в другой класс технических состояний;
- разработать методы измерения этих параметров в условиях эксплуатации;
- определить объем и периодичность испытаний, а также их последовательность (алгоритм контроля);
- установить критерии браковки.

При создании диагностической системы для определенного объекта решаются следующие задачи:

- изучение функциональных свойств объекта и основных параметрических зависимостей;
- определение наиболее эффективных способов инструментального контроля;
- формирование диагностических признаков на основе параметрической информации;
- формирование диагностических алгоритмов на основе параметрической информации;
- разработка программно-математического обеспечения;
- отработка методов идентификации результатов диагностики;
- разработка методов и правил использования результатов диагностирования для принятия решений.

1.4. Структура технической диагностики

Структура технической диагностики характеризуется двумя взаимопроникающими и взаимосвязанными направлениями (рис. 1.2): теорией распознавания и теорией контролеспособности. Теория распознавания содержит разделы, связанные с построением алгоритмов распознавания, решающих правил и диагностических моделей. Теория контролеспособности включает разработку средств и методов получения диагностической информации, автоматизированный контроль и поиск неисправностей.



Рисунок 1.2 – Структура технической диагностики

1.5. Диагностические модели

При решении задачи диагностирования используется *формализованная модель объекта* – его описание в аналитической, графической, табличной или иной форме. Явная модель содержит описание исправного объекта и описание каждой из его неисправных модификаций. Неявная модель предполагает наличие только одного описания.

Диагностическая модель строится на основе изучения схемно–технических решений объекта и опыта его эксплуатации. Модель включает:

- классификацию возможных дефектов;
- наблюдаемые признаки появления дефектов;
- методы выявления признаков.

Признаки дефектов проявляются в изменении наблюдаемых параметров (характеристик) объекта. Поэтому необходимо установление диагностических параметров и их количественной или качественной связи с наличием и степенью развития дефекта. Значения диагностических параметров, определенные при испытаниях, характеризуют техническое состояние объекта в данный момент времени. Качество диагностирования в значительной степени зависит от правильности выбора диагностических признаков.

Для отнесения объекта к соответствующему состоянию необходимо установить предельные значения диагностических параметров. Тогда выход параметра за допустимые пределы является признаком дефекта. При диагностике необходимо также учитывать скорость развития дефекта, чтобы неработоспособное состояние не наступило ранее следующего срока контроля.

Диагностические модели могут быть *структурными и функциональными*. Структурные модели позволяют осуществить поиск дефектов. Модели могут быть детерминированными и вероятностными. На основе модели строится алгоритм диагностирования.

1.6. Постановка задач технической диагностики

Состояние системы описывается совокупностью определяющих ее параметров, разумеется, что множество определяющих параметров (признаков) может быть различным, прежде всего, в связи с самой задачей (задачей распознавания).

Распознавание состояния системы – отнесение состояния системы к одному из возможных классов (диагнозов). Число диагнозов (классов, типовых состояний, эталонов) зависит от особенностей задачи и целей исследования.

Часто требуется провести выбор одного из двух диагнозов (дифференциальная диагностика или дихотомия); например, «исправное состояние» и «неисправное состояние». В других случаях необходимо более подробно охарактеризовать неисправное состояние (например, определить тип дефекта в трансформаторе: электрический или термический, его интенсивность и т.д.). В большинстве задач технической диагностики диагнозы (классы) устанавливаются заранее, и в этих условиях задачу распознавания часто называют *задачей классификации*.

Так как техническая диагностика связана с обработкой большого объема информации, то принятие решений (распознавание) часто осуществляется с помощью электронных вычислительных машин (ЭВМ).

Совокупность последовательных действий в процессе распознавания называется *алгоритмом распознавания*. Существенной частью процесса распознавания является выбор параметров, описывающих состояние сис-

темы. Они должны быть достаточно информативны, чтобы при выбранном числе диагнозов процесс разделения (распознавания) мог быть осуществлен.

Существует два основных подхода к задаче распознавания: **вероятностный** и **детерминистский**.

Постановка задачи при *вероятностных методах* распознавания такова. Имеется система, которая находится в одном из n случайных состояний D_i . Известна совокупность признаков (параметров), каждый из которых с определенной вероятностью характеризует состояние системы. Требуется построить *решающее правило*, с помощью которого предъявленная (диагностируемая) совокупность признаков была бы отнесена к одному из возможных состояний (диагнозов). Желательно также оценить достоверность принятого решения и степень риска принятия ошибочного решения.

При *детерминистских методах* распознавания удобно формулировать задачу на геометрическом языке. Если система характеризуется v -мерным вектором X , то любое состояние системы представляет собой точку в v -мерном пространстве параметров (признаков). Предполагается, что диагноз D_i соответствует некоторой области рассматриваемого пространства признаков. Требуется найти решающее правило, с помощью которого предъявленный вектор X^* (диагностируемый объект) будет отнесен к определенной области диагноза. Таким образом, задача сводится к разделению пространства признаков на области диагнозов.

При детерминистском подходе области диагнозов обычно считаются «непересекающимися», то есть вероятность одного диагноза (в область которого попадает точка) равна единице, вероятность других равна нулю. Подобным образом предполагается, что и каждый признак либо встречается при данном диагнозе, либо отсутствует.

Вероятностный и детерминистский подходы не имеют принципиальных различий. Более общими являются вероятностные методы, но они часто требуют и значительно большего объема предварительной информации. Детерминистские подходы более кратко описывают существенные стороны процесса распознавания, меньше зависят от избыточной, малоценной информации, больше соответствуют логике мышления человека.

Вопросы для самоконтроля

1. Основные понятия и определения технической диагностики.
2. Что является предметом технической диагностики?
3. Основная задача технической диагностики.
4. Основные цели технической диагностики.
5. Перечислить возможные состояния диагностируемых объектов.
6. Классификация отказов.
7. Чем отличается дефект от отказа?
8. Перечислить и дать определения задачам технической диагностики.
9. Прогнозирование и генезис.
10. Дать определение контролеспособности.
11. Технический и эксплуатационный контроль.
12. Какие задачи решают контроль и диагностика?
13. Структура технической диагностики.
14. Какие модели используют при решении задач диагностирования?
15. Распознавание состояния системы.
16. Постановка задач технической диагностики.
17. Постановка задачи при вероятностных методах.
18. Постановка задачи при детерминистских методах.

Литература к разделу

Основная

1. Биргер И.А. Техническая диагностика / И.А. Биргер. – М. : Машиностроение, 1978. – 240 с.
2. Введение в техническую диагностику / Верзаков Г.Ф., Киншт Н.В., Рабинович В.И., Тимонен Л.С. – М. : Энергия, 1968. – 224 с.
3. Гуменюк В.М. Надежность и диагностика электротехнических систем : Учеб. пособ. для вузов / В.М. Гуменюк. – Владивосток : Изд-во Дальневост. гос. техн. ун-та, 2010. – 218 с.
4. Федотов А.В. Основы теории надежности и технической диагностики : конспект лекций / А.В. Федотов, Н.Г. Скабкин. – Омск : Изд-во ОмГТУ, 2010. – 64 с.

Дополнительная

5. Алексеев Б.А. Контроль состояния (диагностика) крупных силовых трансформаторов / Б.А. Алексеев.– М. : НЦ ЭНАС, 2002. – 216 с.
6. Чичинский М.И. Повреждаемость маслонаполненного оборудования электрических сетей и качество контроля его состояния / М.И. Чичинский // Энергетик. – 2000. – № 11. – С. 29–31.
7. Львов М.Ю. О надежности силовых трансформаторов и автотрансформаторов электрических сетей / М.Ю. Львов, Ю.Н. Львов, Ю.А. Дементьев и др. // Электрические станции. – 2005. – № 11. – С. 69–75.

РАЗДЕЛ 2

СТАТИСТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ РАСПОЗНАВАНИЯ

Основное преимущество статистических методов распознавания состоит в возможности одновременного учета информационных признаков различной физической природы, которые характеризуются условными вероятностями их количественного проявления при различных состояниях системы.

2.1. Метод Байеса

Метод основан на простой формуле Байеса [1, 2]. Если имеется диагноз D_i и простой признак k_j , встречающийся при этом диагнозе, то вероятность совместного появления событий (наличие у объекта состояния D_i и признака k_j)

$$P(D_i k_j) = P(D_i) \cdot P(k_j / D_i) = P(k_j) \cdot P(D_i / k_j). \quad (2.1)$$

Из этого равенства следует формула Байеса

$$P(D_i / k_j) = P(D_i) \frac{P(k_j / D_i)}{P(k_j)}. \quad (2.2)$$

Очень важно определить точный смысл всех входящих в эту формулу величин.

$P(D_i)$ – вероятность диагноза D_i , определяемая по статистическим данным (*априорная вероятность диагноза*). Так, если предварительно обследовано N объектов и у N_i объектов имелось состояние D_i , то

$$P(D_i) = N_i / N. \quad (2.3)$$

$P(k_j / D_i)$ – вероятность появления признака k_j у объектов с состоянием D_i . Если среди N_i объектов, имеющих диагноз D_i , у N_{ij} проявился признак k_j , то

$$P(k_j / D_i) = \frac{N_{ij}}{N_i}, \quad (2.4)$$

где $P(k_j)$ – вероятность появления признака k_j во всех объектах независимо от состояния (диагноза) объекта. Пусть из общего числа N объектов признак k_j был обнаружен у N_j объектов, тогда

$$P(k_j) = N_j / N. \quad (2.5)$$

Для установления диагноза специальное вычисление $P(k_j)$ не требуется. Как будет ясно из дальнейшего, значения $P(D_i)$ и $P(k_j / D_i)$, известные для всех возможных состояний, определяют величину $P(k_j)$.

В равенстве (2.2) $P(D_i / k_j)$ – вероятность диагноза D_i после того, как стало известно наличие у рассматриваемого объекта признака k_j (*апостериорная вероятность диагноза*).

2.1.1. Обобщенная формула Байеса

Эта формула относится к случаю, когда обследование проводится по комплексу признаков K , включающему признаки k_1, k_2, \dots, k_v [1]. Каждый из признаков k_j имеет m_j разрядов $(k_{j1}, k_{j2}, \dots, k_{js}, \dots, k_{jm_j})$. В результате обследования становится известной реализация признака

$$k_j^* = k_{js} \quad (2.6)$$

и всего комплекса признаков K^* . Индекс * означает конкретное значение (реализацию) признака. Формула Байеса для комплекса признаков имеет вид:

$$P(D_i / K^*) = P(D_i) P(K^* / D_i) / P(K^*) \quad (i = 1, 2, \dots, n), \quad (2.7)$$

где $P(D_i / K^*)$ – вероятность диагноза D_i , после того как стали известны результаты обследования по комплексу признаков K ; $P(D_i)$ – предварительная вероятность диагноза D_i (по предшествующей статистике).

Формула (2.7) относится к любому из n возможных состояний (диагнозов) системы. Предполагается, что система находится только в одном из указанных состояний и поэтому:

$$\sum_{s=1}^n P(D_s) = 1.$$

В практических задачах нередко допускается возможность существования нескольких состояний A_1, \dots, A_r , причем некоторые из них могут встретиться в комбинации друг с другом. Тогда в качестве различных диагнозов D_i следует рассматривать отдельные состояния $D_1 = A_1, \dots, D_r = A_r$ и их комбинации $D_{r+1} = A_1 \wedge A_2, \dots$ и т. п.

Перейдем к определению $P(K^* / D_i)$. Если комплекс признаков состоит из v признаков, то

$$P(K^* / D_i) = P(k_1^* / D_i) P(k_2^* / k_1^* D_i) \dots P(k_v^* / k_1^* \dots k_{v-1}^* D_i), \quad (2.8)$$

где $k_j^* = k_{js}$ – разряд признака, выявившийся в результате обследования.

Для диагностически независимых признаков

$$P(K^* / D_i) = P(k_1^* / D_i) P(k_2^* / D_i) \dots P(k_v^* / D_i). \quad (2.9)$$

В большинстве практических задач, особенно при большом числе признаков, можно принимать условие независимости признаков даже при наличии существенных корреляционных связей между ними.

Вероятность появления комплекса признаков K^*

$$P(K^*) = \sum_{s=1}^n P(D_s) P(K^* / D_s). \quad (2.10)$$

Обобщенная формула Байеса может быть записана так:

$$P(D_i / K^*) = \frac{P(D_i) \cdot P(K^* / D_i)}{\sum_{s=1}^n P(D_s) \cdot P(K^* / D_s)}, \quad (2.11)$$

где $P(K^* / D_i)$ определяется равенством (2.8) или (2.9).

Из соотношения (2.11) следует

$$\sum_{i=1}^n P(D_i / K^*) = 1, \quad (2.12)$$

что, разумеется, и должно быть, т.к. один из диагнозов обязательно реализуется, а реализация одновременно двух диагнозов невозможна.

Следует обратить внимание на то, что знаменатель формулы Байеса для всех диагнозов одинаков. Это позволяет сначала определить вероятности совместного появления i -го диагноза и данной реализации комплекса признаков

$$P(D_i K^*) = P(D_i) \cdot P(K^* / D_i) \quad (2.13)$$

и затем апостериорную вероятность диагноза

$$P(D_i / K^*) = \frac{P(D_i K^*)}{\sum_{s=1}^n P(D_s K^*)}. \quad (2.14)$$

Отметим, что иногда целесообразно использовать предварительное логарифмирование формулы (2.11), т. к. выражение (2.9) содержит произведение малых величин. Если реализация некоторого комплекса признаков K^* является детерминирующей для диагноза D_s , то этот комплекс не встречается при других диагнозах:

$$P(K^* / D_s) = \begin{cases} 0 & \text{при } s \neq \rho; \\ \neq 0 & \text{при } s = \rho. \end{cases}$$

Тогда, в силу равенства (2.11)

$$P(D_s / K^*) = \begin{cases} 0 & \text{при } s \neq \rho; \\ 1 & \text{при } s = \rho. \end{cases}$$

Таким образом, детерминистская логика установления диагноза является частным случаем вероятностной логики. Формула Байеса может использоваться и в том случае, когда часть признаков имеет дискретное распределение, а другая часть – непрерывное. Для непрерывного распределения используются плотности распределения. Однако в расчетном плане указано несущественное различие признаков, если задание непрерывной кривой осуществляется с помощью дискретных значений.

2.1.2. Диагностическая матрица

Для определения вероятности диагнозов по методу Байеса необходимо составить диагностическую матрицу (табл. 2.1), которая формируется на основе предварительного статистического материала.

Таблица 2.1 – Диагностическая матрица в методе Байеса

Диагноз D_i	Признак k_j									$P(D_i)$
	k_1			k_2				k_3		
	$P(k_{11}/D_i)$	$P(k_{12}/D_i)$	$P(k_{13}/D_i)$	$P(k_{21}/D_i)$	$P(k_{22}/D_i)$	$P(k_{23}/D_i)$	$P(k_{24}/D_i)$	$P(k_{31}/D_i)$	$P(k_{32}/D_i)$	
D_1	0,8	0,2	0	0,1	0,1	0,6	0,2	0,2	0,8	0,3
D_2	0,1	0,7	0,2	0	0	0,3	0,7	0,1	0,9	0,1
\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots

В этой таблице содержатся вероятности разрядов признаков при различных диагнозах. Если признаки двухразрядные (простые признаки «да – нет»), то в таблице достаточно указать вероятность появления признака $P(k_j / D_i)$. Вероятность отсутствия признака $P(\bar{k}_j / D_i) = 1 - P(k_j / D_i)$.

Однако более удобно использовать единообразную форму, полагая, например, для двухразрядного признака

$$P(k_j / D_i) = P(k_{j1} / D_i);$$

$$P(\bar{k}_j / D_i) = P(k_{j2} / D_i).$$

Отметим, что $\sum_{s=1}^{m_j} P(k_{js} / D_i) = 1$, m_j – число разрядов признака k_j . Сум-

ма вероятностей всех возможных реализаций признака равна единице.

В диагностическую матрицу включены априорные вероятности диагнозов. Процесс обучения в методе Байеса состоит в формировании диагностической матрицы. Важно предусмотреть возможность уточнения таблицы в процессе диагностики. Для этого в памяти ЭВМ следует хранить не только значения $P(k_{js} / D_i)$, но и следующие величины: N – общее число объектов, использованных для составления диагностической матрицы; N_j –

число объектов с диагнозом D_i ; N_{ij} – число объектов с диагнозом D_i , обследованных по признаку k_j . Если поступает новый объект с диагнозом D_μ , то проводится корректировка прежних априорных вероятностей диагнозов следующим образом:

$$P(D_i) = \begin{cases} \frac{N_i}{N+1} = P(D_i) \frac{N}{N+1}; & i = 1, 2, \dots, n; \quad i \neq \mu; \\ \frac{N_\mu + 1}{N+1} = P(D_\mu) \frac{N}{N+1} + \frac{1}{N+1}; & i = \mu. \end{cases} \quad (2.15)$$

Далее вводятся поправки к вероятностям признаков. Пусть у нового объекта с диагнозом D_μ выявлен разряд r признака k_j . Тогда для дальнейшей диагностики принимаются новые значения вероятности интервалов признака k_j при диагнозе D_μ :

$$P(k_{js} / D_\mu) = \begin{cases} P(k_{js} / D_\mu) \frac{N_{\mu j}}{N_{\mu j} + 1}; & s \neq r; \\ P(k_{jr} / D_\mu) \frac{N_{\mu j}}{N_{\mu j} + 1} + \frac{1}{N_{\mu j} + 1}; & s = r. \end{cases} \quad (2.16)$$

Условные вероятности признаков при других диагнозах корректировки не требуют.

2.1.3. Решающее правило

Правило, в соответствии с которым принимается решение о диагнозе. В методе Байеса объект с комплексом признаков K^* относится к диагнозу с наибольшей (апостериорной) вероятностью

$$K^* \in D_i, \text{ если } P(D_i / K^*) > P(D_j / K^*) \quad (j = 1, 2, \dots, n; \quad i \neq j). \quad (2.17)$$

Это условие указывает, что объект, обладающий данной реализацией комплекса признаков K^* , или реализация K^* принадлежат диагнозу (состоянию) D_i . Правило (2.17) обычно уточняется введением порогового значения для вероятности диагноза:

$$P(D_i / K^*) \geq P_i, \quad (2.18)$$

где P_i – заранее выбранный уровень распознавания для диагноза D_i . При этом вероятность ближайшего конкурирующего диагноза не выше $1 - P_i$. Обычно принимается $P_i \geq 0,9$. При условии $P(D_i / K^*) < P_i$ решение о диагнозе не принимается (отказ распознавания), и требуется поступление дополнительной информации.

Методу Байеса присущи некоторые недостатки, например, ошибки при распознавании редких диагнозов. При практических расчетах целесообразно привести диагностику и для случая равновероятностных диагнозов, положив $P(D_i) = 1/n$. Тогда наибольшим значением апостериорной вероятности будет обладать диагноз D_i , для которого $P(K^* / D_i)$ максимальна:

$$K^* \in D_i, \text{ если } P(K^* / D_i) > P(K^* / D_j) \quad (j = 1, 2, \dots, n; i \neq j). \quad (2.19)$$

Иными словами, устанавливается диагноз D_i , если данная совокупность признаков чаще встречается при диагнозе D_i , чем при других диагнозах. Такое решающее правило соответствует методу максимального правдоподобия. Из предыдущего следует, что этот метод является частным случаем метода Байеса при одинаковых априорных вероятностях диагнозов. В методе максимального правдоподобия «частные» и «редкие» диагнозы равноправны.

Для надежности распознавания условие (2.19) должно быть дополнено пороговым значением $P(K^* / D_i) \geq P_i$, где P_i – заранее выбранный уровень распознавания для диагноза D_i .

2.1.4 Диагностика состояния трансформаторов на основе матрицы Байеса

Пусть некоторая ТС [3], например силовой трансформатор, находится в исправном состоянии (D_1) с вероятностью 0,9. Два других состояния (D_2 и D_3) характеризуются наличием дефектов и имеют одинаковую вероятность, равную 0,05. Для диагностирования системы используются три двухразрядных признака k_1 , k_2 и k_3 , например, тангенс угла диэлектрических

потерь участка «обмотка высокого напряжения – бак», тангенс угла ди-
электрических потерь участка «обмотка высокого напряжения – обмотка
низкого напряжения» и сопротивление изоляции. Первый разряд каждого
признака соответствует значениям параметров в пределах нормы, а второй
– повышенным. На основе статистических данных известны вероятности
значений признаков для разных состояний. Эти значения заносятся в диаг-
ностическую таблицу (табл. 2.2).

Таблица 2.2 – Диагностическая матрица Байеса

Диагноз D_i	Признак k_j						$P(D_i)$
	k_1		k_2		k_3		
	$P(k_{11} / D_i)$	$P(k_{12} / D_i)$	$P(k_{21} / D_i)$	$P(k_{22} / D_i)$	$P(k_{31} / D_i)$	$P(k_{32} / D_i)$	
D_1	0,9	0,1	0,7	0,3	0,8	0,2	0,9
D_2	0,2	0,8	0,15	0,85	0	1	0,05
D_3	0,1	0,9	0,02	0,98	0,4	0,6	0,05

Воспользуемся формулой Байеса для расчета вероятностей различных
состояний при всевозможных сочетаниях значений признаков:

$$P(D_1 / k_{11}k_{21}k_{31}) = \frac{0,9 \cdot 0,9 \cdot 0,7 \cdot 0,8}{0,9 \cdot 0,9 \cdot 0,7 \cdot 0,8 + 0,05 \cdot 0,2 \cdot 0,15 \cdot 0 + 0,05 \cdot 0,1 \cdot 0,02 \cdot 0,4} =$$

$$= 0,9999;$$

$$P(D_2 / k_{11}k_{21}k_{31}) = \frac{0,05 \cdot 0,2 \cdot 0,15 \cdot 0}{0,9 \cdot 0,9 \cdot 0,7 \cdot 0,8 + 0,05 \cdot 0,2 \cdot 0,15 \cdot 0 + 0,05 \cdot 0,1 \cdot 0,02 \cdot 0,4} =$$

$$= 0;$$

$$P(D_3 / k_{11}k_{21}k_{31}) = \frac{0,05 \cdot 0,1 \cdot 0,02 \cdot 0,4}{0,9 \cdot 0,9 \cdot 0,7 \cdot 0,8 + 0,05 \cdot 0,2 \cdot 0,15 \cdot 0 + 0,05 \cdot 0,1 \cdot 0,02 \cdot 0,4} =$$

$$= 0,0001;$$

$$P(D_1 / k_{12}k_{21}k_{31}) = \frac{0,9 \cdot 0,1 \cdot 0,7 \cdot 0,8}{0,9 \cdot 0,1 \cdot 0,7 \cdot 0,8 + 0,05 \cdot 0,8 \cdot 0,15 \cdot 0 + 0,05 \cdot 0,9 \cdot 0,02 \cdot 0,4} =$$

$$= 0,9929;$$

$$P(D_2 / k_{12}k_{21}k_{31}) = \frac{0,05 \cdot 0,8 \cdot 0,15 \cdot 0}{0,9 \cdot 0,1 \cdot 0,7 \cdot 0,8 + 0,05 \cdot 0,8 \cdot 0,15 \cdot 0 + 0,05 \cdot 0,9 \cdot 0,02 \cdot 0,4} =$$

$$= 0;$$

$$P(D_3 / k_{12}k_{21}k_{31}) = \frac{0,05 \cdot 0,9 \cdot 0,02 \cdot 0,4}{0,9 \cdot 0,1 \cdot 0,7 \cdot 0,8 + 0,05 \cdot 0,8 \cdot 0,15 \cdot 0 + 0,05 \cdot 0,9 \cdot 0,02 \cdot 0,4} =$$

$$= 0,007;$$

$$P(D_1 / k_{11}k_{22}k_{31}) = \frac{0,9 \cdot 0,9 \cdot 0,3 \cdot 0,8}{0,9 \cdot 0,9 \cdot 0,3 \cdot 0,8 + 0,05 \cdot 0,2 \cdot 0,85 \cdot 0 + 0,05 \cdot 0,1 \cdot 0,98 \cdot 0,4} =$$

$$= 0,99;$$

$$P(D_2 / k_{11}k_{22}k_{31}) = \frac{0,05 \cdot 0,2 \cdot 0,85 \cdot 0}{0,9 \cdot 0,9 \cdot 0,3 \cdot 0,8 + 0,05 \cdot 0,2 \cdot 0,85 \cdot 0 + 0,05 \cdot 0,1 \cdot 0,98 \cdot 0,4} =$$

$$= 0;$$

$$P(D_3 / k_{11}k_{22}k_{31}) = \frac{0,05 \cdot 0,1 \cdot 0,98 \cdot 0,4}{0,9 \cdot 0,9 \cdot 0,3 \cdot 0,8 + 0,05 \cdot 0,2 \cdot 0,85 \cdot 0 + 0,05 \cdot 0,1 \cdot 0,98 \cdot 0,4} =$$

$$= 0,01;$$

$$P(D_1 / k_{11}k_{21}k_{32}) = \frac{0,9 \cdot 0,9 \cdot 0,7 \cdot 0,2}{0,9 \cdot 0,9 \cdot 0,7 \cdot 0,2 + 0,05 \cdot 0,2 \cdot 0,15 \cdot 1 + 0,05 \cdot 0,1 \cdot 0,02 \cdot 0,6} =$$

$$= 0,986;$$

$$P(D_2 / k_{11}k_{21}k_{32}) = \frac{0,05 \cdot 0,2 \cdot 0,15 \cdot 1}{0,9 \cdot 0,9 \cdot 0,7 \cdot 0,2 + 0,05 \cdot 0,2 \cdot 0,15 \cdot 1 + 0,05 \cdot 0,1 \cdot 0,02 \cdot 0,6} =$$

$$= 0,013;$$

$$P(D_3 / k_{11}k_{21}k_{32}) = \frac{0,05 \cdot 0,1 \cdot 0,25 \cdot 0,6}{0,9 \cdot 0,9 \cdot 0,7 \cdot 0,2 + 0,05 \cdot 0,2 \cdot 0,15 \cdot 1 + 0,05 \cdot 0,1 \cdot 0,02 \cdot 0,6} =$$

$$= 0,001;$$

$$P(D_1 / k_{12}k_{22}k_{31}) = \frac{0,9 \cdot 0,1 \cdot 0,3 \cdot 0,8}{0,9 \cdot 0,1 \cdot 0,3 \cdot 0,8 + 0,05 \cdot 0,8 \cdot 0,85 \cdot 0 + 0,05 \cdot 0,9 \cdot 0,98 \cdot 0,4} =$$

$$= 0,55;$$

$$P(D_2 / k_{12}k_{22}k_{31}) = \frac{0,05 \cdot 0,8 \cdot 0,85 \cdot 0}{0,9 \cdot 0,1 \cdot 0,3 \cdot 0,8 + 0,05 \cdot 0,8 \cdot 0,85 \cdot 0 + 0,05 \cdot 0,9 \cdot 0,98 \cdot 0,4} =$$

$$= 0;$$

$$P(D_3 / k_{12}k_{22}k_{31}) = \frac{0,05 \cdot 0,9 \cdot 0,98 \cdot 0,4}{0,9 \cdot 0,1 \cdot 0,3 \cdot 0,8 + 0,05 \cdot 0,8 \cdot 0,85 \cdot 0 + 0,05 \cdot 0,9 \cdot 0,98 \cdot 0,4} =$$

$$= 0,449;$$

$$P(D_1 / k_{12}k_{21}k_{32}) = \frac{0,9 \cdot 0,1 \cdot 0,7 \cdot 0,2}{0,9 \cdot 0,1 \cdot 0,7 \cdot 0,2 + 0,05 \cdot 0,8 \cdot 0,15 \cdot 1 + 0,05 \cdot 0,9 \cdot 0,02 \cdot 0,6} =$$

$$= 0,653;$$

$$P(D_2 / k_{12}k_{21}k_{32}) = \frac{0,05 \cdot 0,8 \cdot 0,15 \cdot 0,1}{0,9 \cdot 0,1 \cdot 0,7 \cdot 0,2 + 0,05 \cdot 0,8 \cdot 0,15 \cdot 1 + 0,05 \cdot 0,9 \cdot 0,02 \cdot 0,6} = 0,31;$$

$$P(D_3 / k_{12}k_{21}k_{32}) = \frac{0,05 \cdot 0,9 \cdot 0,02 \cdot 0,6}{0,9 \cdot 0,1 \cdot 0,7 \cdot 0,2 + 0,05 \cdot 0,8 \cdot 0,15 \cdot 1 + 0,05 \cdot 0,9 \cdot 0,02 \cdot 0,6} = 0,038;$$

$$P(D_1 / k_{11}k_{22}k_{32}) = \frac{0,9 \cdot 0,9 \cdot 0,3 \cdot 0,2}{0,9 \cdot 0,9 \cdot 0,3 \cdot 0,2 + 0,05 \cdot 0,2 \cdot 0,85 \cdot 1 + 0,05 \cdot 0,1 \cdot 0,98 \cdot 0,6} = 0,809;$$

$$P(D_2 / k_{11}k_{22}k_{32}) = \frac{0,05 \cdot 0,2 \cdot 0,85 \cdot 1}{0,9 \cdot 0,9 \cdot 0,3 \cdot 0,2 + 0,05 \cdot 0,2 \cdot 0,85 \cdot 1 + 0,05 \cdot 0,1 \cdot 0,98 \cdot 0,6} = 0,1416;$$

$$P(D_3 / k_{11}k_{22}k_{32}) = \frac{0,05 \cdot 0,1 \cdot 0,98 \cdot 0,6}{0,9 \cdot 0,9 \cdot 0,3 \cdot 0,2 + 0,05 \cdot 0,2 \cdot 0,85 \cdot 1 + 0,05 \cdot 0,1 \cdot 0,98 \cdot 0,6} = 0,049;$$

$$P(D_1 / k_{12}k_{22}k_{32}) = \frac{0,9 \cdot 0,1 \cdot 0,3 \cdot 0,2}{0,9 \cdot 0,1 \cdot 0,3 \cdot 0,2 + 0,05 \cdot 0,8 \cdot 0,85 \cdot 1 + 0,05 \cdot 0,9 \cdot 0,98 \cdot 0,6} = 0,082;$$

$$P(D_2 / k_{12}k_{22}k_{32}) = \frac{0,05 \cdot 0,8 \cdot 0,85 \cdot 0,1}{0,9 \cdot 0,1 \cdot 0,3 \cdot 0,2 + 0,05 \cdot 0,8 \cdot 0,85 \cdot 1 + 0,05 \cdot 0,9 \cdot 0,98 \cdot 0,6} = 0,516;$$

$$P(D_3 / k_{12}k_{22}k_{32}) = \frac{0,05 \cdot 0,9 \cdot 0,98 \cdot 0,6}{0,9 \cdot 0,1 \cdot 0,3 \cdot 0,2 + 0,05 \cdot 0,8 \cdot 0,85 \cdot 1 + 0,05 \cdot 0,9 \cdot 0,98 \cdot 0,6} = 0,402.$$

Поскольку признаки двухразрядные, то правомерна следующая запись:

$$k_{11} = k_1; k_{12} = \bar{k}_1; k_{21} = k_2; k_{22} = \bar{k}_2; k_{31} = k_3; k_{32} = \bar{k}_3.$$

При этом, как указывалось выше, $P(k_j / D_i) = 1 - P(\bar{k}_j / D_i)$. Сведем полученные результаты в итоговую таблицу (табл. 2.3). Анализ результатов, выполненный в [23], показывает, что при первых четырех сочетаниях признаков однозначно можно констатировать исправное состояние ТС (состояние D_1). В последнем случае (сочетание признаков $\bar{k}_1, \bar{k}_2, \bar{k}_3$) наличие дефекта в ТС несомненно. Для уточнения характера дефекта (D_2 или D_3), а

также для распознавания ситуаций в 5–7 случаях требуется привлечение дополнительной информации.

Таблица 2.3 – Результаты диагностирования на основе метода Байеса

п.п №	Исходные значения признаков	Вероятности состояний		
		D_1	D_2	D_3
1	k_1, k_2, k_3	0,9999	0	0,0001
2	\bar{k}_1, k_2, k_3	0,9929	0	0,007
3	k_1, \bar{k}_2, k_3	0,99	0	0,01
4	k_1, k_2, \bar{k}_3	0,986	0,013	0,001
5	$\bar{k}_1, \bar{k}_2, k_3$	0,55	0	0,449
6	$\bar{k}_1, k_2, \bar{k}_3$	0,653	0,31	0,038
7	$k_1, \bar{k}_2, \bar{k}_3$	0,809	0,1416	0,049
8	$\bar{k}_1, \bar{k}_2, \bar{k}_3$	0,082	0,516	0,402

2.2. Метод последовательного анализа

Метод последовательного анализа, предложенный Вальдом, применяется для дифференциальной диагностики (распознавания двух состояний) [1]. В отличие от метода Байеса, число обследований заранее не устанавливается, их проводится столько, сколько необходимо для принятия решения с определенной степенью риска.

Основы метода. При использовании метода последовательного анализа для распознавания состояний D_1 и D_2 следует составить отношение (для независимых признаков)

$$\frac{P(D_2/K^*)}{P(D_1/K^*)} = \frac{P(D_2)}{P(D_1)} \cdot \frac{P(k_1^*/D_2) \dots P(k_v^*/D_2)}{P(k_1^*/D_1) \dots P(k_v^*/D_1)}. \quad (2.20)$$

Если

$$\frac{P(D_2/K^*)}{P(D_1/K^*)} > 1 \quad (2.21)$$

или

$$\frac{P(k_1^*/D_2)}{P(k_1^*/D_1)} \dots \frac{P(k_v^*/D_2)}{P(k_v^*/D_1)} > \frac{P(D_2)}{P(D_1)}, \quad (2.22)$$

то принимается решение $K^* \in D_2$.

В методе последовательного анализа рассматриваемые отношения вероятностей признаков (*отношения правдоподобия*) составляются не сразу, а в последовательном порядке; поэтому, как правило, требуется меньшее число обследований. Поясним сущность метода на следующем примере.

2.2.1. Общая процедура метода

Будем для краткости считать, что признаки являются независимыми. Пусть проведено $v-1$ обследований, которые еще не дали возможности принятия решения,

$$B < \frac{P(k_1^*/D_2)}{P(k_1^*/D_1)} \dots \frac{P(k_r^*/D_2)}{P(k_r^*/D_1)} < A; \quad r = 1, 2, \dots, v-1, \quad (2.23)$$

но после v -го обследования

$$\frac{P(k_1^*/D_2)}{P(k_1^*/D_1)} \dots \frac{P(k_v^*/D_2)}{P(k_v^*/D_1)} > A. \quad (2.24)$$

Тогда принимается решение об отнесении объекта к диагнозу D_2 : $K^* \in D_2$. Если после v -го обследования

$$\frac{P(k_1^*/D_2)}{P(k_1^*/D_1)} \dots \frac{P(k_v^*/D_2)}{P(k_v^*/D_1)} < B, \quad (2.25)$$

то объект относится к диагнозу D_1 . Для сокращения объема обследований следует вначале проводить обследование по наиболее информативным признакам.

Отметим, что метод пригоден и для непрерывно распределенных диагностических параметров: x_1, x_2 , но вместо вероятностей признаков в отношения (2.23), (2.24) и (2.25) входят *плотности вероятностей* параметров.

2.3. Статистические решения для одного диагностического параметра

2.3.1. Общие положения

Пусть производится диагностика состояния основной изоляции

трансформатора по содержанию в масле фурановых производных (параметр x). Задача состоит в выборе значения x_0 параметра x таким образом, что при $x > x_0$ следует принимать решение о выводе трансформатора из эксплуатации, а при $x < x_0$ допускать его дальнейшую работу.

Так как состояние системы характеризуется одним параметром, то система имеет одномерное пространство признаков. Разделение производится на два класса (дифференциальная диагностика или дихотомия). Условимся считать: D_1 – исправное состояние и D_2 – наличие дефекта. Тогда указанное правило решения состоит в следующем:

$$\text{при } x < x_0 \quad x \in D_1; \text{ при } x > x_0 \quad x \in D_2. \quad (2.26)$$

Содержание фурановых производных в масле неоднозначно характеризует состояние основной изоляции (содержание фурановых производных меняется не только с изменением степени полимеризации целлюлозы). В зависимости от ряда факторов распределение x для дефектных и исправных трансформаторов можно представить в виде рис. 2.1.

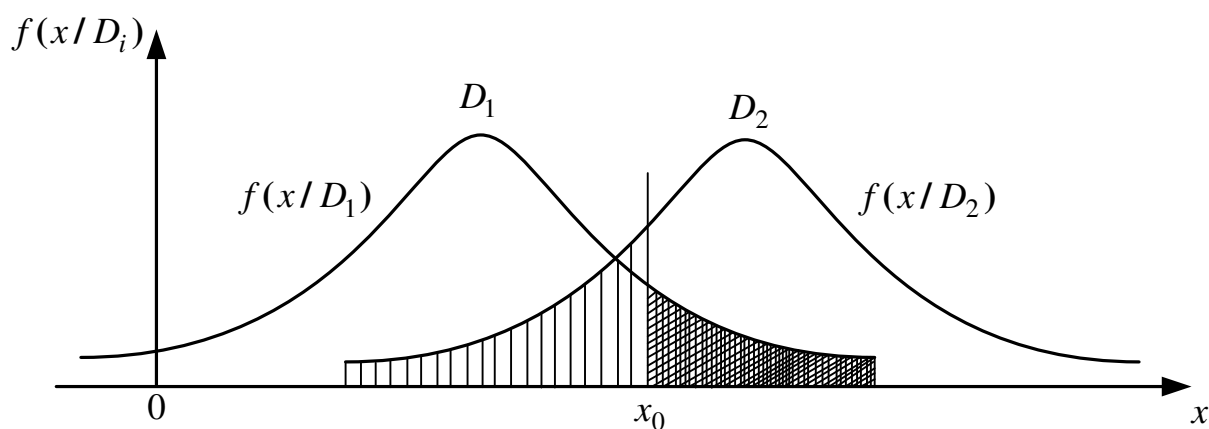


Рисунок 2.1 – Статическое распределение плотности вероятности диагностического параметра x для исправного D_1 и дефектного D_2 состояний

Существенно, что области исправного D_1 и дефектного D_2 состояний пересекаются, и потому принципиально невозможно выбрать значение x_0 , при котором правило (2.26) не давало бы ошибочных решений. Задача состоит в том, чтобы выбор x_0 был в некотором смысле оптимальным, например, давал наименьшее число ошибочных решений.

2.3.2. Ложная тревога и пропуск цели (дефекта)

Эти встречавшиеся ранее термины явно связаны с радиолокационной техникой, но они легко интерпретируются в задачах диагностики [1, 4].

Ложной тревогой называется случай, когда принимается решение о наличии дефекта, но в действительности система находится в исправном состоянии (вместо D_1 принимается D_2).

Пропуск цели (дефекта). Принимается решение об исправном состоянии, тогда как система содержит дефект (вместо D_2 принимается D_1).

В теории контроля эти ошибки называются *риском поставщика* и *риском заказчика*. Очевидно, что эти двоякого рода ошибки могут иметь различные последствия или различные цены.

Обозначим H_{ij} ($i, j = 1, 2$) возможные решения по правилу (2.26) (первый нижний индекс соответствует индексу принятого диагноза, второй – индексу действительного состояния). Тогда H_{12} – пропуск дефекта и H_{21} – ложная тревога (D_1 – исправное состояние, D_2 – дефектное состояние); H_{11} и H_{22} – правильные решения.

Рассмотрим вероятность ложной тревоги $P(H_{21})$ при использовании правила (2.26) (случай, когда при $x > x_0$ объект является исправным, но по правилу (2.26) рассматривается как дефектный). Площадь под кривой плотности вероятности исправного состояния, соответствующая $x > x_0$, выражает условную вероятность ситуации $x > x_0$ для исправных объектов:

$$P(x > x_0 / D_1) = \int_{x_0}^{\infty} f(x/D_1) dx. \quad (2.27)$$

Вероятность ложной тревоги равна вероятности произведения двух событий: наличия исправного состояния и значения $x > x_0$. Тогда

$$P(H_{21}) = P(D_1)P(x > x_0 / D_1) = P_1 \int_{x_0}^{\infty} f(x/D_1) dx, \quad (2.28)$$

где $P_1 = P(D_1)$ – априорная вероятность диагноза D_1 (считается известной на основании предварительных статистических данных). Подобным образом находится вероятность пропуска дефекта

$$P(H_{12}) = P(D_2)P(x < x_0/D_2) = P_2 \int_{-\infty}^{x_0} f(x/D_2)dx. \quad (2.29)$$

2.3.3. Средний риск

Вероятность принятия ошибочного решения складывается из вероятностей ложной тревоги и пропуска дефекта [1]. Если приписать «цены» этим ошибкам, то получим выражение для среднего риска

$$R = C_{21}P_1 \int_{x_0}^{\infty} f(x/D_1)dx + C_{12}P_2 \int_{-\infty}^{x_0} f(x/D_2)dx. \quad (2.30)$$

Разумеется, цена ошибки имеет условное значение, но она должна учесть предполагаемые последствия ложной тревоги и пропуска дефекта. В задачах надежности стоимость пропуска дефекта обычно существенно больше стоимости ложной тревоги ($C_{12} \gg C_{21}$). Иногда вводится цена правильных решений H_{11} и H_{22} , которая для сравнения со стоимостью потерь (ошибок) принимается отрицательной. В общем случае средний риск (ожидаемая величина потери) выражается равенством:

$$\begin{aligned} R = & C_{11} P_1 \int_{-\infty}^{x_0} f(x/D_1)dx + C_{21} P_1 \int_{x_0}^{\infty} f(x/D_1)dx + \\ & + C_{12} P_2 \int_{-\infty}^{x_0} f(x/D_2)dx + C_{22} P_2 \int_{x_0}^{\infty} f(x/D_2)dx. \end{aligned} \quad (2.31)$$

Величина x , предъявляемая для распознавания, является случайной, и потому равенства (2.30) и (2.31) представляют собой средние значения (математическое ожидание) риска.

2.3.4. Метод минимального риска

Найдем граничное значение x_0 в правиле (2.26) из условия минимума среднего риска [1, 5]. Дифференцируя (2.31) по x_0 и приравнявая производную нулю, получим сначала условие экстремума

$$\begin{aligned} \frac{dR}{dx_0} = & C_{11}P_1f(x_0/D_1) - C_{21}P_1f(x_0/D_1) + \\ & + C_{12}P_2f(x_0/D_2) - C_{22}P_2f(x_0/D_2) = 0 \end{aligned} \quad (2.32)$$

или

$$\frac{f(x_0/D_1)}{f(x_0/D_2)} = \frac{(C_{12} - C_{22})P_2}{(C_{21} - C_{11})P_1}. \quad (2.33)$$

Это условие часто определяет два значения x_0 , из которых одно соответствует минимуму, второе – максимуму риска (рис. 2.2).

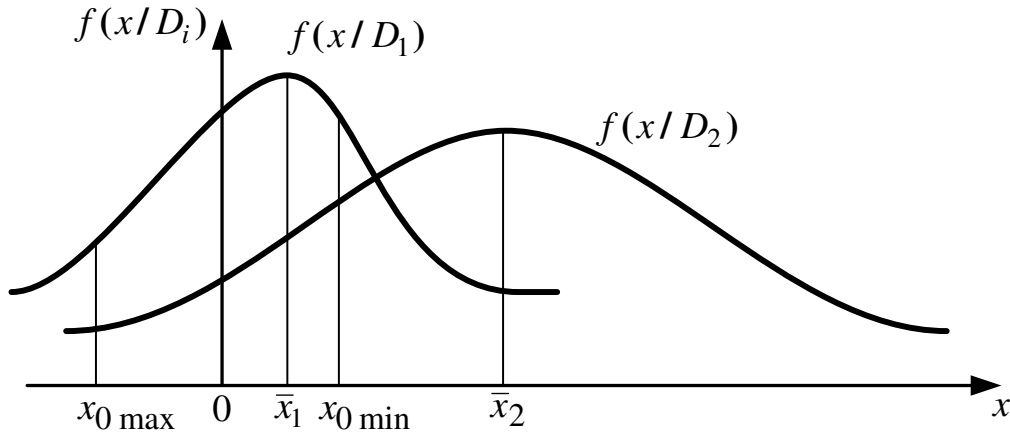


Рисунок 2.2 – Точки экстремума среднего риска ошибочных решений

Соотношение (2.33) является необходимым, но недостаточным условием минимума. Для существования минимума R в точке $x = x_0$ вторая производная должна быть положительной $\frac{d^2R}{dx_0^2} > 0$, что приводит к следующему условию относительно производных плотностей распределений:

$$\frac{f'(x_0/D_1)}{f'(x_0/D_2)} < \frac{(C_{12} - C_{22})P_2}{(C_{21} - C_{11})P_1}. \quad (2.34)$$

Если распределения $f(x/D_1)$ и $f(x/D_2)$ являются, как обычно, одно-модальными (то есть содержат не более одной точки максимума), то при

$$\bar{x}_1 < x_0 < \bar{x}_2 \quad (2.35)$$

условие (2.34) выполняется. Действительно, в правой части равенства стоит положительная величина, а при $x > \bar{x}_1$ – производная $f'(x/D_1) < 0$, тогда

как при $x < \bar{x}_2$ значение $f'(x/D_2) > 0$. Для распределений, имеющих две точки максимума (рис. 2.3), условие (2.34) должно выполняться в каждой точке экстремума.

В дальнейшем под x_0 будем понимать граничное значение диагностического параметра, обеспечивающего по правилу (2.26) минимум среднего риска. Будем также считать распределения $f(x/D_1)$ и $f(x/D_2)$ одно-модальными.

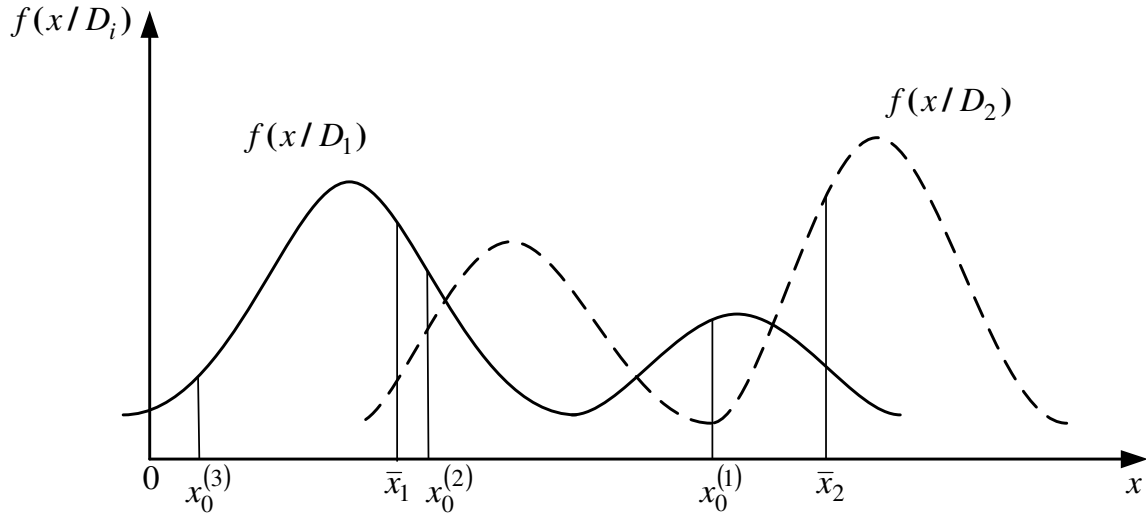


Рисунок 2.3 – Точки экстремума для распределений, имеющих две точки максимума

Из условия (2.26) следует, что решение об отнесении объекта x к состоянию D_1 или D_2 можно связать с величиной отношения *правдоподобия*. Напомним, что отношение плотностей вероятностей распределения x при двух состояниях называется отношением правдоподобия.

В соответствии с правилом (2.26), по методу минимального риска принимается следующее решение о состоянии объекта, имеющего данное значение параметра x :

$$x \in D_1, \text{ если } \frac{f(x/D_1)}{f(x/D_2)} > \frac{(C_{12} - C_{22})P_2}{(C_{21} - C_{11})P_1}; \quad (2.36)$$

$$x \in D_2, \text{ если } \frac{f(x/D_1)}{f(x/D_2)} < \frac{(C_{12} - C_{22})P_2}{(C_{21} - C_{11})P_1}. \quad (2.37)$$

Эти условия следуют из соотношений (2.26) и (2.33).

Условие (2.36) соответствует $x < x_0$, условие (2.37) – $x > x_0$. Величина $\lambda = \frac{(C_{12} - C_{22})P_2}{(C_{21} - C_{11})P_1}$ представляет собой пороговое значение для отношения правдоподобия. Напомним, что диагноз D_1 соответствует исправному состоянию; D_2 – дефектному состоянию; C_{21} – цена ложной тревоги; C_{12} – цена пропуска цели (первый индекс соответствует принятому состоянию, второй индекс – действительному); $C_{11} < 0$, $C_{22} < 0$ – цены правильных решений (условные выигрыши). В большинстве практических задач условные выигрыши (поощрения) для правильных решений не вводятся, и тогда:

$$\lambda = \frac{C_{12} \cdot P_2}{C_{21} \cdot P_1}. \quad (2.38)$$

Существенно, что правило решения (2.26) выражается теперь с помощью отношения правдоподобия, и для принятия решения даже не требуется определения критического значения параметра x_0 . Это справедливо при некоторых ограничениях, например, для достаточно плавных, «одногорбых» распределений.

Часто оказывается удобным рассматривать не отношения правдоподобия, а логарифм этого отношения. Такой подход не изменяет результата, так как логарифмическая функция возрастает монотонно вместе со своим аргументом. Расчет для нормального и некоторых других распределений при использовании логарифма отношения правдоподобия оказывается несколько проще. Условие минимума риска можно получить из других соображений. Запишем выражение для R в такой форме:

$$\begin{aligned} R = & C_{11}P_1 \int_{-\infty}^{\infty} f(x/D_1)dx + (C_{21} - C_{11})P_1 \int_{x_0}^{\infty} f(x/D_1)dx + \\ & + C_{12}P_2 \int_{-\infty}^{\infty} f(x/D_2)dx + (C_{22} - C_{12})P_2 \int_{x_0}^{\infty} f(x/D_2)dx. \end{aligned} \quad (2.39)$$

Или, учитывая очевидные равенства

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x/D_1)dx = 1, \quad \int_{-\infty}^{\infty} f(x/D_2)dx = 1, \text{ получим:}$$

$$R = C_{11}P_1 + C_{12}P_2 + \int_{x_0}^{\infty} [(C_{21} - C_{11})P_1 f(x/D_1) - (C_{12} - C_{22})P_2 f(x/D_2)] dx. \quad (2.40)$$

Так как первые два слагаемые постоянны, то зависимость R от x_0 определяется величиной интеграла. При малых x_0 (см. рис. 2.1) подынтегральное выражение положительно, т.к. распределение $f(x/D_1)$ лежит левее $f(x/D_2)$, при больших x оно отрицательно. Для того чтобы выбрать x_0 , соответствующее минимальному значению R , следует начать интегрирование с сечения $x = x_0$, в котором подынтегральное выражение отрицательно при $x > x_0$. Изменение знака подынтегрального выражения происходит в сечении x_0 , причем $(C_{21} - C_{11})P_1 f(x_0/D_1) - (C_{12} - C_{22})P_2 f(x_0/D_2) = 0$, или

$$\frac{f(x_0/D_1)}{f(x_0/D_2)} = \frac{(C_{12} - C_{22})P_2}{(C_{21} - C_{11})P_1}. \quad (2.41)$$

Правило решения (2.26) остается прежним, и остается в силе условие (2.33).

2.3.5. Метод минимального числа ошибочных решений

Вероятность ошибочного решения для решающего правила (2.26):

$$P_{\text{ош}} = P_1 \int_{x_0}^{\infty} f(x/D_1) dx + P_2 \int_{-\infty}^{x_0} f(x/D_2) dx. \quad (2.42)$$

Из условия экстремума этой вероятности получаем [1]:

$$\frac{dP_{\text{ош}}}{dx_0} = -P_1 f(x_0/D_1) + P_2 f(x_0/D_2) = 0. \quad (2.43)$$

Условие минимума дает

$$\frac{d^2 P_{\text{ош}}}{dx_0^2} = -P_1 f'(x_0/D_1) + P_2 f'(x_0/D_2) > 0 \quad (2.44)$$

или

$$\frac{f'(x_0/D_1)}{f'(x_0/D_2)} < \frac{P_2}{P_1}. \quad (2.45)$$

Как указывалось, для одномодальных распределений при условии (2.35) неравенство (2.45) выполняется, и минимум вероятности ошибочного решения получается из соотношения (2.43):

$$\frac{f(x_0/D_1)}{f(x_0/D_2)} = \frac{P_2}{P_1}, \quad (2.46)$$

где, как и раньше, P_1, P_2 априорные вероятности диагнозов.

Решение $x \in D_1$ принимается при

$$\frac{f(x/D_1)}{f(x/D_2)} > \frac{P_2}{P_1} \quad (2.47)$$

и $x \in D_2$ при

$$\frac{f(x/D_1)}{f(x/D_2)} < \frac{P_2}{P_1}. \quad (2.48)$$

Условие выбора граничного значения (2.46) часто называется условием Зигерта – Котельникова (условием идеального наблюдателя). К этому условию приводит также метод Байеса. Действительно, вероятности диагнозов D_1 и D_2 для данного значения x (апостериорные вероятности)

$$P(D_1/x) = P(D_1) \frac{f(x/D_1)}{f(x)} \text{ и } P(D_2/x) = P(D_2) \frac{f(x/D_2)}{f(x)}.$$

Решение $x \in D_1$ принимается при $P(D_1/x) > P(D_2/x)$ или

$$\frac{f(x/D_1)}{f(x/D_2)} > \frac{P_2}{P_1}, \quad (2.49)$$

что совпадает с равенством (2.47).

В задачах надежности рассматриваемый метод часто дает «неосторожные решения», так как последствия ошибочных решений существенно различаются между собой. Обычно цена пропуска дефекта значительно выше цены ложной тревоги. Если указанные стоимости приблизительно одинаковы (для дефектов с ограниченными последствиями, для некоторых задач контроля и др.), то применение метода вполне оправдано.

2.3.6. Метод минимакса

Данный метод предназначен для ситуации, когда отсутствуют предварительные статистические сведения о вероятности диагнозов D_1 и D_2 . Рассматривается «наихудший случай», то есть наименее благоприятные значения P_1 и P_2 , приводящие к наибольшему значению (максимуму) риска [1, 6]. Будем считать, что величина риска зависит теперь от x_0 и P_1 (вероятность второго диагноза $P_2 = 1 - P_1$). Из соотношения (2.31) следует

$$\begin{aligned} R(x_0, P_1) = & C_{11}P_1 \int_{-\infty}^{x_0} f(x/D_1)dx + C_{21}P_1 \int_{x_0}^{\infty} f(x/D_1)dx + \\ & + C_{12}(1-P_1) \int_{-\infty}^{x_0} f(x/D_2)dx + C_{22}(1-P_1) \int_{x_0}^{\infty} f(x/D_2)dx. \end{aligned} \quad (2.50)$$

Для нахождения экстремума приравняем нулю частные производные по x_0 и P_1 . Условие

$$\frac{dR}{dx_0} = 0 \quad (2.51)$$

дает

$$\frac{f(x_0/D_1)}{f(x_0/D_2)} = \frac{(C_{12} - C_{22})(1 - P_1)}{(C_{21} - C_{11})P_1}. \quad (2.52)$$

Из соотношения

$$\frac{dR}{dP_1} = 0 \quad (2.53)$$

получаем

$$\begin{aligned} & C_{21} \int_{x_0}^{\infty} f(x/D_1)dx + C_{11} \int_{-\infty}^{x_0} f(x/D_1)dx = \\ & = C_{12} \int_{-\infty}^{x_0} f(x/D_2)dx + C_{22} \int_{x_0}^{\infty} f(x/D_2)dx. \end{aligned} \quad (2.54)$$

Определим x_0 и P_1 , удовлетворяющие уравнениям (2.52) и (2.54). Если x_0^* и P_1^* являются корнями указанных уравнений, то точка $R(x_0^*, P_1^*)$ – экстремальная.

Можно показать для одномодальных распределений, что величина риска становится *минимаксной* (то есть минимальной среди максимальных значений, вызванных «неблагоприятной» величиной P_1). Отметим, что при $P_1 = 0$ и $P_2 = 1$ риск принятия ошибочного решения отсутствует, так как ситуация не имеет неопределенности. При $P_1 = 0$ (все изделия неисправны) из условия (2.33) следует $x_0 \rightarrow -\infty$, все объекты действительно признаются неисправными; при $P_1 = 1$ и $P_2 = 0$ $x_0 \rightarrow +\infty$ и в соответствии с имеющейся ситуацией все объекты классифицируются как исправные.

Для промежуточных значений $0 < P_1 < 1$ риск возрастает и при $P_1 = P_1^*$ становится максимальным. Рассматриваемым методом выбирают величину x_0 таким образом, чтобы при наименее благоприятных значениях P_1 потери, связанные с ошибочными решениями, были бы минимальными.

Рассмотрим процедуру решения уравнений (2.52) и (2.54). Сначала из уравнения (2.54) найдем значение x_0^* , что можно сделать следующим образом. Представим уравнение (2.54) в виде

$$\varphi(x_0) = 0, \quad (2.55)$$

где

$$\begin{aligned} \varphi(x_0) = & (C_{21} - C_{11}) \int_{x_0}^{\infty} f(x/D_1) dx - \\ & - (C_{12} - C_{22}) \int_{-\infty}^{x_0} f(x/D_2) dx + C_{11} - C_{22}. \end{aligned} \quad (2.56)$$

Последнее равенство можно записать с помощью функций распределения:

$$\begin{aligned} \varphi(x_0) = & (C_{21} - C_{11})[1 - F(x_0/D_1)] - \\ & - (C_{12} - C_{22})[F(x_0/D_2)] + C_{11} - C_{22}, \end{aligned}$$

где

$$F(x_0 / D_1) = \int_{-\infty}^{x_0} f(x / D_1) dx; \quad F(x_0 / D_2) = \int_{-\infty}^{x_0} f(x / D_2) dx. \quad (2.57)$$

Уравнение (2.55) решаем по методу Ньютона, связывающему исходные $x_{0(n-1)}$ и последующие $x_{0(n)}$ приближения:

$$x_{0(n)} = x_{0(n-1)} - \frac{\varphi(x_{0(n-1)})}{\frac{d\varphi}{dx_0}(x_{0(n-1)})}. \quad (2.58)$$

Значение производной определяется как:

$$\frac{d\varphi}{dx_0} = -(C_{21} - C_{11})f(x_{0(n-1)} / D_1) - (C_{12} - C_{22})f(x_{0(n-1)} / D_2). \quad (2.59)$$

В качестве первого приближения можно принять $x_{0(1)} = (\bar{x}_1 + \bar{x}_2) / 2$, где \bar{x}_1, \bar{x}_2 – средние значения x для распределения $f(x / D_1)$ и $f(x / D_2)$. При достаточной близости $x_{0(n)}$ и $x_{0(n-1)}$ принимаем $x_0^* = x_{0(n)}$. Далее из равенства (2.52) находим наименее благоприятное значение вероятностей исправного P_1^* и неисправного P_2^* состояний

$$P_1^* = \frac{C_{12} - C_{22}}{C_{12} - C_{22} + (C_{21} - C_{11})f(x_0^* / D_1)f(x_0^* / D_2)}; \quad (2.60)$$

$$P_2^* = 1 - P_1^*.$$

Величину риска определим, подставив в равенство (2.50) значения $x_0 = x_0^*, P_1 = P_1^*$.

Отметим некоторые случаи, в которых решение становится достаточно наглядным. Положим, что условные выигрыши отсутствуют $C_{11} = C_{22} = 0$, а цены ошибок одинаковы $C_{12} = C_{21}$. Тогда из уравнения (2.54) следует:

$$\int_{x_0}^{\infty} f(x / D_1) dx = \int_{-\infty}^{x_0} f(x / D_2) dx$$

или

$$F(x_0 / D_1) + F(x_0 / D_2) = 1,$$

где $F(x_0 / D_1)$ и $F(x_0 / D_2)$ – соответствующие функции распределения.

Последнее соотношение показывает равенство условных вероятностей ошибочных решений. На рис. 2.4 для этого случая площади P_{12} и P_{21} равны.

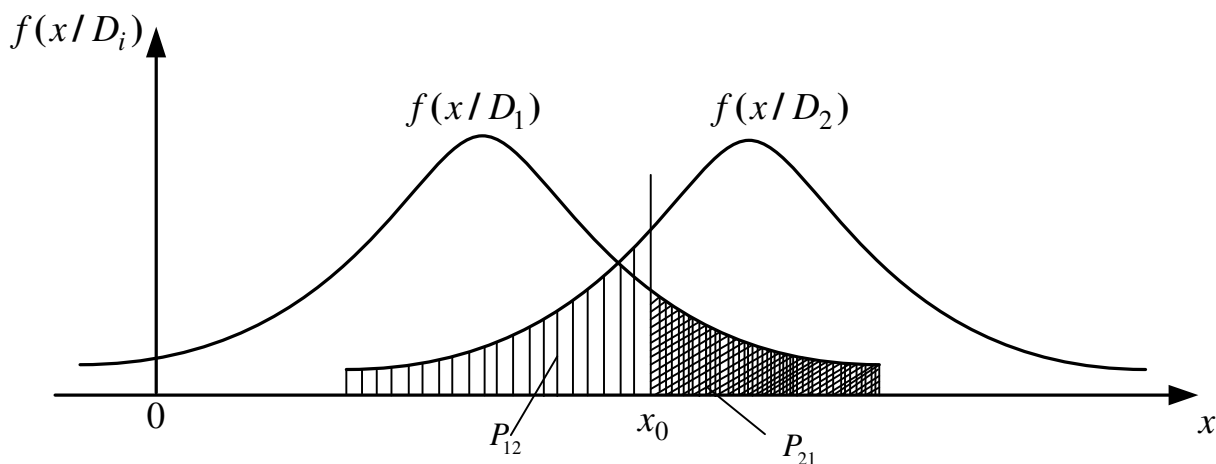


Рисунок 2.4 – Определение граничного значения диагностического параметра по методу минимакса

В общем случае

$$\frac{P_{21}}{P_{12}} = \frac{\int_{x_0}^{\infty} f(x/D_1) dx}{\int_{-\infty}^{x_0} f(x/D_2) dx} = \frac{C_{12}}{C_{21}} = \frac{\text{цена пропуска дефекта}}{\text{цена ложной тревоги}}. \quad (2.61)$$

Зависимость (2.61) выражает равенство условных рисков ошибочных решений. С помощью функций распределений оно записывается в виде:

$$\frac{1 - F(x_0/D_1)}{F(x_0/D_2)} = \frac{C_{12}}{C_{21}}. \quad (2.62)$$

2.3.7. Метод Неймана – Пирсона

Как уже указывалось, оценки стоимости ошибок часто неизвестны, и их достоверное определение связано с большими трудностями. Вместе с тем ясно, что во всех случаях желательно при определенном (допустимом) уровне одной из ошибок минимизировать значение другой. Здесь центр проблемы переносится на обоснованный выбор допустимого уровня оши-

бок с помощью предыдущего опыта или интуитивных соображений [1, 4, 6].

По методу Неймана – Пирсона минимизируется вероятность пропуска цели при заданном допустимом уровне вероятности ложной тревоги. Таким образом, вероятность ложной тревоги

$$P_1 \int_{x_0}^{\infty} f(x / D_1) dx \leq A, \quad (2.63)$$

где A – заданный допустимый уровень вероятности ложной тревоги; P_1 – вероятность исправного состояния.

Отметим, что обычно условие (2.63) относят к условной вероятности ложной тревоги (множитель P_1 отсутствует). В задачах технической диагностики значения P_1 и P_2 в большинстве случаев известны по статистическим данным.

Из рис. 2.1 видно, что при увеличении ошибки ложной тревоги (сечение x_0 перемещается влево) величина ошибки пропуска дефекта уменьшается. Ее наименьшее значение будет соответствовать знаку равенства в условии (2.63):

$$P_1 \int_{x_0}^{\infty} f(x / D_1) dx = A. \quad (2.64)$$

Теперь условие (2.64) однозначно определяет величину x_0 и значение риска [уравнение (2.31)]. Остановимся на выборе значения A – допустимого уровня ложной тревоги (риска поставщика).

В практических задачах можно принимать

$$A = k P_2, \quad (2.65)$$

где k – коэффициент избыточности, зависящий от разрешающей способности диагностических средств, опасности дефекта, экономических затрат и других обстоятельств.

При дефектах с ограниченными последствиями можно принимать $k = 1 \div 3$. При опасных дефектах $k = 3 \div 10$. Для редко встречающихся ($P_2 < 0,01$), но крайне опасных дефектов коэффициент избыточности может достигать и больших значений.

В задачах технической диагностики можно использовать и другой подход: определять граничное значение x_0 , исходя из выбранной вероятности пропуска дефекта. В этом случае

$$P_2 \int_{-\infty}^{x_0} f(x/D_2) dx = B, \quad (2.66)$$

где B – заданное значение вероятности пропуска дефекта.

Трудно указать общие правила для назначения величины B , она должна выбираться с учетом указанных ранее соображений. Если дефект крайне нежелателен даже на единичном изделии, можно принимать

$$B \leq \frac{1}{kN}, \quad (2.67)$$

где N – общее число изделий, находящихся в эксплуатации; k – коэффициент избыточности ($1 \leq k < 10$).

Во всех случаях для реализации принципа невозможности маловероятных событий величина B должна быть малой ($B < 0,01$). В методе Неймана – Пирсона граничное значение x_0 находится из уравнения (2.63) или (2.66).

При практическом решении подобных уравнений целесообразно использовать метод Ньютона [соотношение (2.58)], полагая, например,

$$\varphi(x_0) = P_1 \int_{x_0}^{\infty} f(x_0/D_1) dx - A; \quad \varphi'(x_0) = -P_1 f(x_0/D_1). \quad (2.68)$$

2.3.8. Метод наибольшего правдоподобия

Данный метод можно рассматривать как частный случай метода минимального риска. Правило решения принимается следующим [1]:

$$\begin{aligned} x \in D_1, \text{ если } \frac{f(x/D_1)}{f(x/D_2)} > 1; \\ x \in D_2, \text{ если } \frac{f(x/D_1)}{f(x/D_2)} < 1, \end{aligned} \quad (2.69)$$

где x – значение параметра для диагностируемого объекта.

Граничное значение находится из условия

$$f(x_0 / D_1) = f(x_0 / D_2). \quad (2.70)$$

Сопоставляя условия (2.33) и (2.70), легко установить, что они совпадают, если положить

$$\frac{(C_{12} - C_{22})P_2}{(C_{21} - C_{11})P_1} = 1. \quad (2.71)$$

В большинстве практических случаев используется условие (2.38), и тогда для метода наибольшего правдоподобия следует считать:

$$\frac{C_{12}P_2}{C_{21}P_1} = 1. \quad (2.72)$$

Для задач надежности вероятность неисправного состояния обычно представляет собой малую величину, но цена пропуска дефекта значительно больше цены ложной тревоги ($C_{12} \gg C_{21}$). Тогда условие (2.72) дает решение, не требующее знания точных значений стоимости ошибок и качественно отражающее указанные обстоятельства ($P_2 \ll P_1$, $C_{12} \gg C_{21}$).

2.4. Статистические решения при наличии зоны неопределенности и другие обобщения

2.4.1. Общие положения

В некоторых случаях, когда требуется высокая надежность распознавания (большая стоимость ошибок пропуска цели и ложной тревоги), целесообразно ввести зону неопределенности (зону отказа от распознавания) [1, 4–6]. Правило решения будет следующим (рис. 2.5):

$$\text{при } x \leq x_a \quad x \in D_1; \quad \text{при } x \geq x_b \quad x \in D_2; \quad \text{при } x_a < x < x_b \quad (2.73)$$

отказ от распознавания.

Разумеется, отказ от распознавания является нежелательным событием. Он свидетельствует, что имеющейся информации недостаточно для принятия решения и нужны дополнительные сведения.

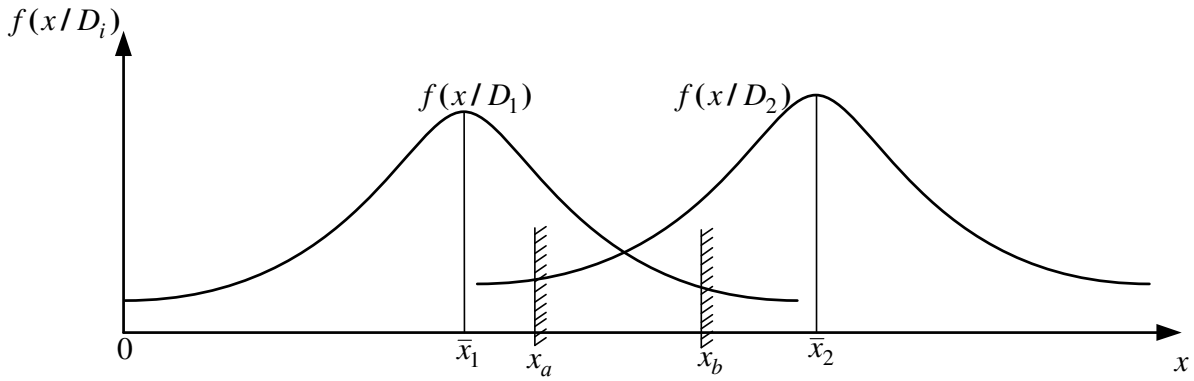


Рисунок 2.5 – Статистические решения при наличии зоны неопределенности

2.4.2. Определение среднего риска

Величина среднего риска при наличии зоны отказа от распознавания может быть выражена следующим равенством:

$$\begin{aligned}
 R = & C_{11}P_1 \int_{-\infty}^{x_a} f(x/D_1)dx + C_{21}P_1 \int_{x_b}^{\infty} f(x/D_1)dx + \\
 & + C_{12}P_2 \int_{-\infty}^{x_a} f(x/D_2)dx + C_{22}P_2 \int_{x_b}^{\infty} f(x/D_2)dx + \\
 & + C_0 \int_{x_a}^{x_b} [P_1 f(x/D_1) + P_2 f(x/D_2)]dx,
 \end{aligned} \tag{2.74}$$

где C_0 – цена отказа от распознавания, $C_0 > 0$, иначе задача теряет смысл. $C_{11} \leq 0$, $C_{22} \leq 0$, так как правильные решения не должны «штрафоваться».

2.4.3. Метод минимального риска при наличии зоны неопределенности

Определим границы области принятия решения, исходя из минимума среднего риска. Дифференцируя выражение (2.74) по x_a и x_b и приравняв его производные нулю, найдем:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial R}{\partial x_a} &= C_{11}P_1f(x_0/D_1) + C_{12}P_2f(x_a/D_2) - \\
&\quad - C_0[P_1f(x_a/D_1) + P_2f(x_a/D_2)]; \\
\frac{\partial R}{\partial x_b} &= -C_{21}P_1f(x_b/D_1) - C_{22}P_2f(x_b/D_2) + \\
&\quad + C_0[P_1f(x_b/D_1) + P_2f(x_b/D_2)].
\end{aligned}
\tag{2.75}$$

Из этих уравнений получаем:

$$\frac{f(x_a/D_1)}{f(x_a/D_2)} = \frac{(C_{12} - C_0)P_2}{(C_0 - C_{11})P_1};
\tag{2.76}$$

$$\frac{f(x_b/D_1)}{f(x_b/D_2)} = \frac{(C_0 - C_{22})P_2}{(C_{21} - C_0)P_1}.
\tag{2.77}$$

Равенства (2.76) и (2.77), выражающие необходимые условия экстремума, могут существовать, если их правые части положительны. Для этого необходимо, чтобы $C_{12} > C_0$; $C_{21} > C_0$, т. е. стоимость ошибок должна быть больше стоимости отказа от распознавания. Если не поощрять правильные решения ($C_{11} = 0$, $C_{22} = 0$) и не платить за отказ от распознавания ($C_0 = 0$), то область неопределенности будет занимать всю область изменения параметра.

Для существования минимума функции двух переменных $R(x_a, x_b)$ должно выполняться условие:

$$\frac{\partial^2 R}{\partial x_a^2} \frac{\partial^2 R}{\partial x_b^2} - \left(\frac{\partial^2 R}{\partial x_a \partial x_b} \right)^2 > 0.
\tag{2.78}$$

Вследствие равенства нулю смешанной производной условия минимума таковы:

$$\frac{f'(x_a/D_1)}{f'(x_a/D_2)} < \frac{(C_{12} - C_0)P_2}{(C_0 - C_{11})P_1};
\tag{2.79}$$

$$\frac{f'(x_b/D_1)}{f'(x_b/D_2)} < \frac{(C_0 - C_{22})P_2}{(C_{21} - C_0)P_1}.
\tag{2.80}$$

Можно показать, что для «одногогорбых» распределений при условии $\bar{x}_1 < x_a < x_b < \bar{x}_2$ условия (2.79) и (2.80) выполняются, и соотношения (2.76) и (2.77) дают значения x_a и x_b , соответствующие минимуму риска.

2.4.4. Метод Неймана – Пирсона при наличии зоны неопределенности

Естественное обобщение метода состоит в том, что x_a и x_b определяются из условий:

$$P_1 \int_{x_b}^{\infty} f(x/D_1) dx = A; \quad P_2 \int_{-\infty}^{x_a} f(x/D_2) dx = B, \quad (2.81)$$

где A и B – вероятности ложной тревоги и пропуска дефекта.

Наличие зоны неопределенности дает возможность обеспечить заданные уровни ошибок за счет отказа от распознавания в сомнительных случаях. Правило принятия решения (2.73) может быть выражено через отношения правдоподобия:

$$\begin{aligned} \text{при } \frac{f(x/D_1)}{f(x/D_2)} &< \frac{(C_{12} - C_0)P_2}{(C_0 - C_{11})P_1} \quad x \in D_1; \\ \text{при } \frac{f(x/D_1)}{f(x/D_2)} &> \frac{(C_0 - C_{22})P_2}{(C_{21} - C_0)P_1} \quad x \in D_2; \end{aligned} \quad (2.82)$$

$$\text{при} \quad \frac{(C_{12} - C_0)P_2}{(C_0 - C_{11})P_1} < \frac{f(x/D_1)}{f(x/D_2)} < \frac{(C_0 - C_{22})P_2}{(C_{21} - C_0)P_1} \quad \text{отказ от распознавания.}$$

Рассмотрим случай, когда параметр x распределен по нормальному закону при диагнозах D_1 (исправное состояние) и D_2 (неисправное состояние), причем среднеквадратичное отклонение в обоих случаях одинаково. Плотности распределений имеют вид:

$$\begin{aligned} f(x/D_1) &= \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\bar{x}_1)^2}{2\sigma^2}}, \\ f(x/D_2) &= \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\bar{x}_2)^2}{2\sigma^2}}. \end{aligned}$$

В силу соотношений (2.76) и (2.77) будем иметь

$$\begin{aligned} \ln \frac{f(x_a/D_1)}{f(x_a/D_2)} &= -\frac{1}{2\sigma^2} [2x_a(\bar{x}_2 - \bar{x}_1) + \bar{x}_1^2 - \bar{x}_2^2] = \ln \frac{P_2}{P_1} + \ln \frac{C_{12} - C_0}{C_0 - C_{11}}; \\ \ln \frac{f(x_b/D_1)}{f(x_b/D_2)} &= -\frac{1}{2\sigma^2} [2x_b(\bar{x}_2 - \bar{x}_1) + \bar{x}_1^2 - \bar{x}_2^2] = \ln \frac{P_2}{P_1} + \ln \frac{C_0 - C_{22}}{C_{21} - C_0}. \end{aligned}$$

Из последних равенств находим

$$x_a = \frac{1}{2}(\bar{x}_1 + \bar{x}_2) - \frac{\sigma^2}{\bar{x}_2 - \bar{x}_1} \left[\ln \frac{P_2}{P_1} + \ln \frac{C_{12} - C_0}{C_0 - C_{11}} \right];$$

$$x_b = \frac{1}{2}(\bar{x}_1 + \bar{x}_2) - \frac{\sigma^2}{\bar{x}_2 - \bar{x}_1} \left[\ln \frac{P_2}{P_1} + \ln \frac{C_0 - C_{22}}{C_{21} - C_0} \right].$$

При $C_{11} = C_{22} = 0$ и $C_0 \rightarrow 0$ получаем $x_a \rightarrow -\infty$, $x_b \rightarrow \infty$, т. е. зона неопределенности занимает всю область изменения параметра.

2.5. Статистические решения для нескольких состояний

Выше были рассмотрены случаи, когда статистические решения принимались для различия двух состояний (дихотомия). Принципиально такая процедура позволяет провести разделение на n состояний, каждый раз объединяя результаты для состояний D_i и \bar{D}_i . Здесь под \bar{D}_i понимаются любые состояния, соответствующие условию «не D_i ». Однако в некоторых случаях интересно рассмотреть вопрос и в прямой постановке – статистические решения для классификации n состояний [1, 4–6]. Рассмотрим, как и раньше, системы с одним диагностическим параметром x . Вначале остановимся на случае, когда проводится разделение на три состояния (рис. 2.6). Правило решения состоит в следующем:

$$\begin{aligned} \text{при } -\infty < x < x_1 \quad x \in D_1; \\ \text{при } x_1 < x < x_2 \quad x \in D_2; \\ \text{при } x_2 < x < \infty \quad x \in D_3. \end{aligned} \tag{2.83}$$

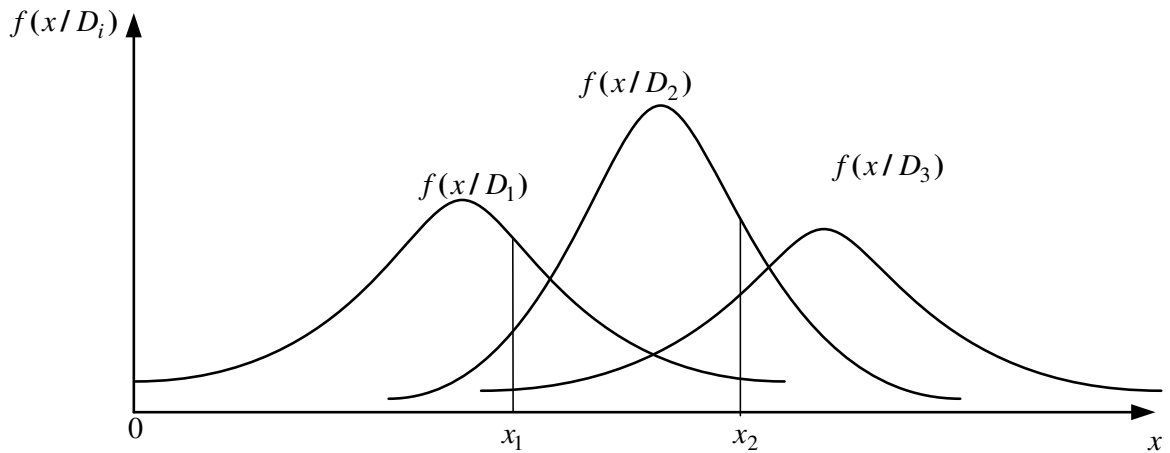


Рисунок 2.6 – Метод статистических решений для трех состояний

Средний риск

$$\begin{aligned}
 R = & C_{11}P_1 \int_{-\infty}^{x_1} f(x/D_1)dx + C_{12}P_2 \int_{-\infty}^{x_1} f(x/D_2)dx + \\
 & + C_{13}P_3 \int_{-\infty}^{x_1} f(x/D_3)dx + C_{21}P_1 \int_{x_1}^{x_2} f(x/D_1)dx + \\
 & + C_{22}P_2 \int_{x_1}^{x_2} f(x/D_2)dx + C_{23}P_3 \int_{x_1}^{x_2} f(x/D_3)dx + \\
 & + C_{31}P_1 \int_{x_2}^{\infty} f(x/D_1)dx + C_{32}P_2 \int_{x_2}^{\infty} f(x/D_2)dx + \\
 & + C_{33}P_3 \int_{x_2}^{\infty} f(x/D_3)dx.
 \end{aligned} \tag{2.84}$$

Величины C_{ij} ($i, j = 1, 2, 3$) представляют собой элементы «платежной матрицы». Индекс i соответствует принимаемой гипотезе о состоянии объекта, индекс j – действительному состоянию. Например, C_{12} выражает стоимость штрафа в случае, когда по принятому правилу считается состояние D_1 , тогда в действительности объект (изделие, машина) находится в состоянии D_2 . Величины $C_{ii} < 0$, так как они представляют собой поощрения за правильные решения. Три первых слагаемых равенства (2.84) относятся к области первого состояния.

Метод минимального риска. В этом методе граничные значения x_1 и x_2 определяются из условия минимума R . Необходимые условия минимума (экстремума):

$$\frac{\partial R}{\partial x_1} = 0; \quad \frac{\partial R}{\partial x_2} = 0 \tag{2.85}$$

приводят к следующим равенствам:

$$\begin{aligned}
 (C_{11} - C_{21})P_1 f(x_1/D_1) + (C_{12} - C_{22})P_2 f(x_1/D_2) + \\
 + (C_{13} - C_{23})P_3 f(x_1/D_3) = 0,
 \end{aligned} \tag{2.86}$$

$$(C_{21} - C_{31})P_1 f(x_2 / D_1) + (C_{22} - C_{32})P_2 f(x_2 / D_2) + (C_{23} - C_{33})P_3 f(x_2 / D_3) = 0. \quad (2.87)$$

Из уравнения (2.86) находим значение x_1 , из уравнения (2.87) – x_2 . Для нахождения корней может быть использован метод Ньютона. Для того чтобы значения x_1 и x_2 , удовлетворяющие уравнениям (2.86) и (2.87), соответствовали минимуму, необходимо и достаточно выполнение следующих условий:

$$\frac{\partial^2 R}{\partial x_1^2} > 0; \quad \frac{\partial^2 R}{\partial x_2^2} > 0, \quad (2.88)$$

что дает

$$(C_{11} - C_{21})P_1 f'(x_1 / D_1) + (C_{12} - C_{22})P_2 f'(x_1 / D_2) + (C_{13} - C_{23})P_3 f'(x_1 / D_3) > 0; \quad (2.89)$$

$$(C_{21} - C_{31})P_1 f'(x_2 / D_1) + (C_{22} - C_{32})P_2 f'(x_2 / D_2) + (C_{23} - C_{33})P_3 f'(x_2 / D_3) > 0. \quad (2.90)$$

Если распределения $f(x/D_1)$, $f(x/D_2)$ и $f(x/D_3)$ являются одно-модальными («одногогорбыми»), то последние условия выполняются при

$$\bar{x}_1 < x_1 < \bar{x}_2; \quad \bar{x}_2 < x_2 < \bar{x}_3, \quad (2.91)$$

где \bar{x}_1 , \bar{x}_2 , \bar{x}_3 – средние значения соответствующих распределений.

2.6. Статистические решения для многомерных распределений

2.6.1. Общие положения

Выше рассматривались случаи, когда состояние системы (изделия) характеризовалось одним параметром x и соответствующим (одномерным) распределением. Рассмотрим теперь системы, состояния которых описываются несколькими диагностическими параметрами [1]. Будем считать, что система может иметь только два состояния – исправное D_1 и неисправное D_2 . Состояние системы характеризуется диагностическими параметрами x_1, x_2, \dots, x_n или вектором \mathbf{x} :

$$\mathbf{x} = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}. \quad (2.92)$$

Статистическое распределение диагностических параметров для состояния D_1 :

$$f(\mathbf{x}/D_1) = f(x_1, x_2, \dots, x_n / D_1). \quad (2.93)$$

Если параметры x_1, x_2, \dots, x_n статистически независимы, то:

$$f(\mathbf{x}/D_1) = f(x_1 / D_1) f(x_2 / D_1) \dots f(x_n / D_1). \quad (2.94)$$

Плотность распределения диагностических параметров для второго состояния:

$$f(\mathbf{x}/D_2) = f(x_1, x_2, \dots, x_n / D_2). \quad (2.95)$$

На рис. 2.7 показаны статистические распределения для двух диагностических параметров.

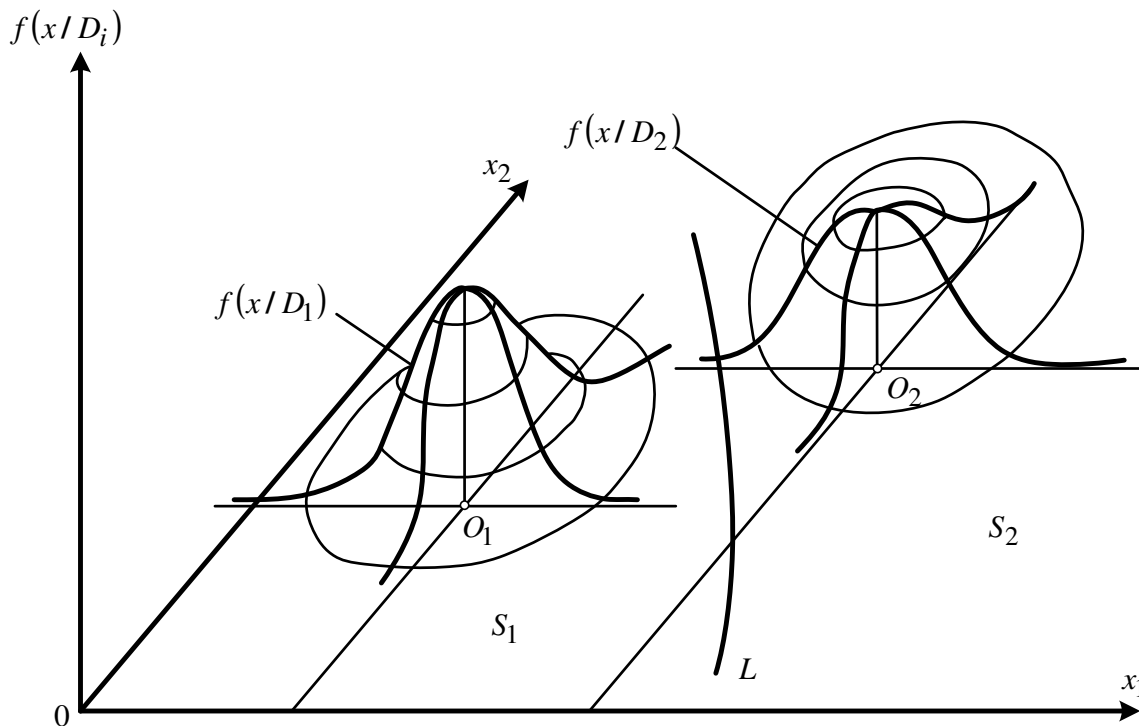


Рисунок 2.7 – Статистические распределения для двух диагностических параметров

Правило решения принимается следующим:

$$\begin{aligned} \text{если } \mathbf{x} \in S_1, \text{ то } \mathbf{x} \in D_1; \\ \text{если } \mathbf{x} \in S_2, \text{ то } \mathbf{x} \in D_2. \end{aligned} \quad (2.96)$$

Правило означает, что если точка, соответствующая вектору \mathbf{x} , находится в области S_1 , то объект относится к состоянию D_1 , и аналогично для области S_2 .

Перейдем к определению среднего риска:

$$\begin{aligned} R = C_{11}P_1 \int_{S_1} f(\mathbf{x}/D_1)dx + C_{21}P_1 \int_{S_2} f(\mathbf{x}/D_1)dx + \\ + C_{12}P_2 \int_{S_1} f(\mathbf{x}/D_2)dx + C_{22}P_2 \int_{S_2} f(\mathbf{x}/D_2)dx. \end{aligned} \quad (2.97)$$

В равенстве (2.97) интегралы распространяются на многомерные области, причем под dx понимается элемент площади $dx = dx_1 \cdot dx_2 \dots dx_n$

$$\int_S f(\mathbf{x}/D_1)dx = 1; \quad \int_S f(\mathbf{x}/D_2)dx = 1, \quad (2.98)$$

где $S = S_1 + S_2$ – область изменения параметров x_1, x_2, \dots, x_n . Представим равенство (2.97) в форме (2.99):

$$R = C_{11}P_1 + C_{12}P_2 + \int_{S_2} \left[(C_{21} - C_{11})P_1 f(\mathbf{x}/D_1) - (C_{12} - C_{22})P_2 f(\mathbf{x}/D_2) \right] dx. \quad (2.99)$$

Метод минимального риска для многомерных распределений. Если граничная линия L близка к центру первого распределения, то $f(\mathbf{x}/D_1) \gg f(\mathbf{x}/D_2)$ и подынтегральное выражение положительно.

Выбираем положение границы L так, чтобы вдоль границы подынтегральное выражение обратилось в ноль:

$$(C_{21} - C_{11})P_1 f(\mathbf{x}/D_1) - (C_{12} - C_{22})P_2 f(\mathbf{x}/D_2) = 0. \quad (2.100)$$

Последнее уравнение представляет собой уравнение границы областей S_1 и S_2 . Теперь область S_2 выбрана таким образом, что интеграл в равенстве (2.99) будет иметь наибольшее по величине отрицательное значение. Это утверждение справедливо во всяком случае для достаточно плавных («одногогорбых») распределений. Для таких распределений подынте-

гральное выражение в равенстве (2.99) отрицательно во всех точках области (это условие является достаточным, но не необходимым).

При указанном выборе граничной линии величина R будет минимальной. В результате правило (2.96) можно представить в такой форме:

$$\text{при } \frac{f(\mathbf{x}/D_1)}{f(\mathbf{x}/D_2)} > \frac{(C_{12} - C_{22})P_2}{(C_{21} - C_{11})P_1} \quad \mathbf{x} \in D_1; \quad (2.101)$$

$$\text{при } \frac{f(\mathbf{x}/D_1)}{f(\mathbf{x}/D_2)} < \frac{(C_{12} - C_{22})P_2}{(C_{21} - C_{11})P_1} \quad \mathbf{x} \in D_2. \quad (2.102)$$

Условия (2.101) и (2.102) являются непосредственным обобщением условий (2.82) для одномерного случая. Существенно, что при многомерном распределении разделение (классификация) состояний по методу минимального риска может быть проведено по отношению правдоподобия, причем значение граничной линии областей не требуется. Условия (2.101) и (2.102) дают простое правило принятия решения при произвольном числе диагностических параметров.

2.6.2. Обобщение результатов для одномерных систем на многомерные системы

В данном разделе рассматривались различные варианты метода статистических решений для одномерных систем (систем с одним диагностическим параметром).

Можно указать простое общее правило обобщения результатов для одномерных систем на системы многомерные. Оно состоит в том, что одномерные плотности распределения $f(x/D_1)$ и $f(x/D_2)$ заменяются многомерными $f(\mathbf{x}/D_1)$ и $f(\mathbf{x}/D_2)$, а граничные точки – граничными линиями, одномерные области интегрирования – многомерными [уравнения (2.36), (2.37) и соотношения (2.101), (2.102)]. Например, для метода минимального риска при наличии зоны неопределенности будем иметь:

$$\begin{aligned} \text{при } \frac{f(\mathbf{x}/D_1)}{f(\mathbf{x}/D_2)} < \frac{(C_{12} - C_0)P_2}{(C_0 - C_{11})P_1} \quad \mathbf{x} \in D_1; \\ \text{при } \frac{f(\mathbf{x}/D_1)}{f(\mathbf{x}/D_2)} > \frac{(C_0 - C_{22})P_2}{(C_{21} - C_0)P_1} \quad \mathbf{x} \in D_2. \end{aligned} \quad (2.103)$$

Если указанные неравенства не выполняются, то происходит отказ от распознавания.

Наиболее просто обобщаются на многомерные системы методы минимального риска и его частные случаи (метод минимального числа ошибочных решений, метод наибольшего правдоподобия). В случаях, когда в методе статистического решения требуется определение границ области принятия решения, расчетная сторона задачи существенно усложняется (методы Неймана – Пирсона и минимакса).

2.7. Определение граничных значений концентраций растворенных в масле газов, обеспечивающих минимальное значение риска

2.7.1. Анализ проблемы

Хроматографический анализ растворенных в масле газов (ХАРГ) является одним из наиболее распространенных видов неразрушающего диагностирования состояния маслonaполненного оборудования. Данный метод разработан в начале 70-х годов прошлого века в Англии, и с того момента нашел широкое применение в большинстве развитых стран. В настоящее время все крупные энергетические компании и трансформаторостроительные фирмы широко применяют ХАРГ, используя при этом различные системы оценки и определения типа дефекта трансформатора. Основой метода служит то, что любой термический или электрический процесс, развивающийся в трансформаторном масле или в основной изоляции, вызывает ее разложение с выделением газов, которые, в зависимости от их коэффициента растворимости, могут полностью оставаться в масле или частично выделяться в объем газа над маслом. Каждому виду термических или электрических процессов соответствует строго определенный спектр газа. Одним из первичных признаков наличия развивающегося дефекта, например в трансформаторах, может являться превышение концентраций газов некоторых значений, называемых граничными. Очевидно, что надежность работы такого оборудования будет во многом зависеть от того, насколько корректно выбраны граничные значения тех или иных показателей. Согласно действующей в Украине методике [7], граничные значения определяются на основе анализа интегральных функций распределения концентраций газов, полученных для 90 % всех измерений в бездефектных

трансформаторах.

Граничные концентрации растворенных газов рекомендуется определять в масле нормально работающих трансформаторов минимум через 5 лет. За граничную концентрацию любого газа следует принимать такое значение, ниже которого оказывается концентрация этого газа у 90 % общего числа обследованных трансформаторов принятой группы.

Граничные концентрации определяются по интегральной функции распределения F_i следующим образом:

1) измеренные концентрации i -го газа от 0 до максимальной концентрации по всем трансформаторам, кроме тех, которые были выведены в ремонт по результатам хроматографического анализа растворенных в масле газов (ХАРГ), разбиваются на 10–15 интервалов;

2) на каждом интервале определяется вероятность появления анализируемого газа в заданном интервале концентраций:

$$P_i = \frac{n_i}{N}, \quad (2.104)$$

где i – количество интервалов; n_i – число значений в i -м интервале; N – объем выборки;

3) значения интегральной функции распределения с учетом (2.104) находятся как:

$$F_i = \sum P_i; \quad (2.105)$$

4) граничное (типичное) значение концентрации i -го газа определяется графическим методом (рис. 2.8).

Однако в работе [8] отмечается, что такой подход справедлив для определения не граничных, а «типичных концентраций» растворенных в масле газов. Общепринято, что в качестве «типичных» значений принимаются те максимальные концентрации газов, которые могут быть обнаружены у 90–95 % оборудования от общего количества, не имеющего симптомов отказа. Данное ограничение является произвольным и связано с тем, что согласно мировой статистике только у 5–10 % оборудования могут быть отклонения, приводящие к развитию дефектов [8].

В некоторых методических руководствах типичные значения отождествляются с граничными концентрациями газов, разделяющими безде-

фектное и дефектное оборудование. Такая интерпретация, согласно [8], является ошибочной. На основании только статистического анализа даже очень большого количества результатов ХАРГ, полученных от нормально работающего оборудования, нельзя определить граничные показатели дефектного состояния из-за многофакторности процессов газообразования. Для этого необходимо исключить влияние всех других факторов, непосредственно не связанных с энергетическим воздействием, что практически невозможно. Совершенно очевидно, что граничные показатели могут быть найдены только из анализа результатов, полученных от дефектного оборудования.

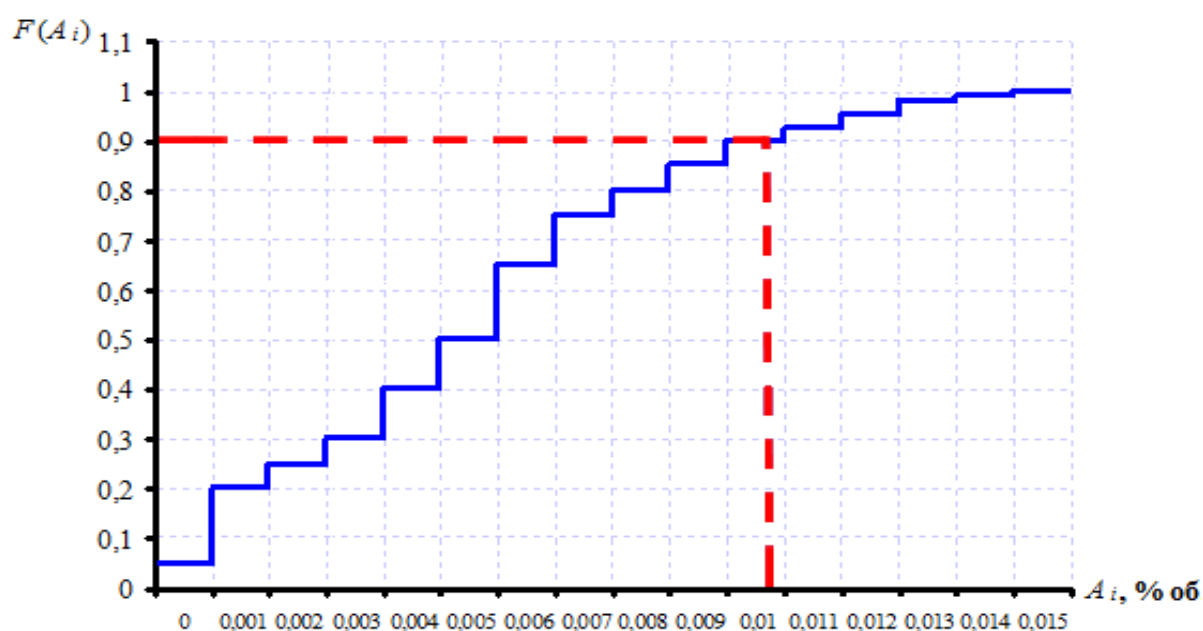


Рисунок 2.8 – Определение типичных концентраций методом интегральных функций

В работе [9] предлагается повысить достоверность интерпретации результатов ХАРГ путем изменения уровня 0,9 при определении граничных значений с помощью интегральных функций.

2.7.2. Исследование законов распределений концентраций газов, растворенных в масле бездефектных и дефектных трансформаторов

Очевидно, что для определения граничных концентраций растворенных в масле газов необходимо использовать рассмотренные выше методы статистических решений. Однако их практическое применение сталкивает-

ся с рядом объективных трудностей. До сих пор отсутствует однозначная информация о законах распределения растворенных в масле газов в бездефектных и дефектных трансформаторах. Имеющиеся в открытых литературных источниках сведения являются крайне противоречивыми. Так, в работе [9], на основе анализа результатов хроматографического анализа растворенных газов в масле высоковольтных вводов 110–500 кВ, было замечено, что по виду распределения газы можно разделить на две группы: первая – H_2 , C_2H_2 , CH_4 , C_2H_4 , C_2H_6 ; вторая – CO , CO_2 . Огибающая гистограмма распределения первой группы описывается формулой:

$$F = \frac{A^2 \cdot x \cdot e^{-A \cdot x}}{Q}, \quad (2.106)$$

где A – коэффициент, задающий форму; Q – коэффициент масштабирования; x – значение анализируемого газа.

Функция распределения углеводородов описывается формулой:

$$F = \frac{A^4 \cdot x^2 \cdot e^{-A \cdot x}}{Q}, \quad (2.107)$$

где A – коэффициент, задающий форму; Q – коэффициент масштабирования; x – значение анализируемого газа.

Пример гистограммы распределения и сглаживающей ее зависимости приведен на рис. 2.9 [9].

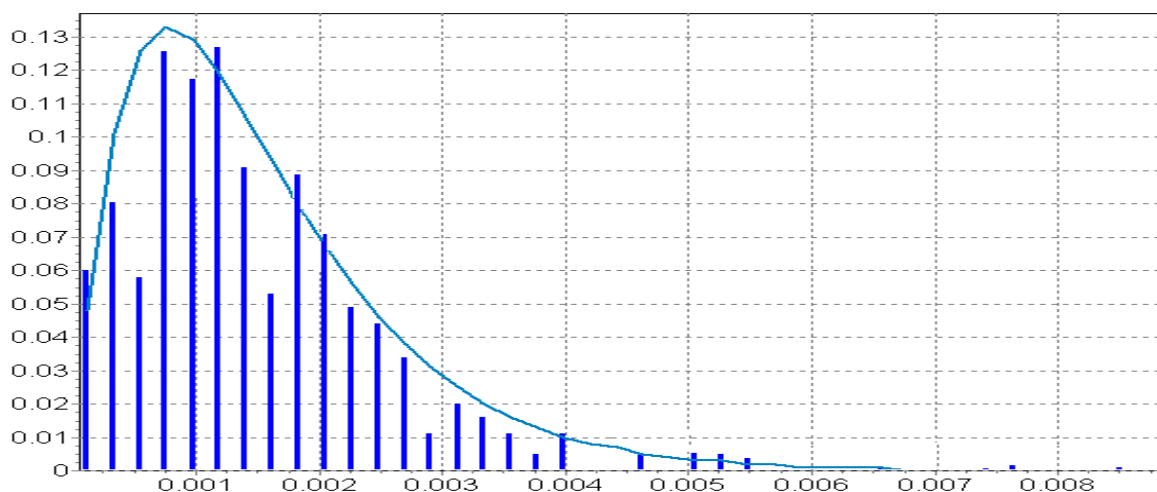


Рисунок 2.9 – Огибающая распределения значений метана трансформаторного герметичного ввода 110 кВ с маслом ГК

В работе [10] выражения (1) и (2) использованы для описания распределений концентраций газов, растворенных в масле силовых трансформаторов, напряжением 35 кВ. В тоже время в работе [11] указывается, что концентрации газов (в частности оксида углерода) для трансформаторов напряжением 110–220 кВ имеют ранговое распределение (рис. 2.10).

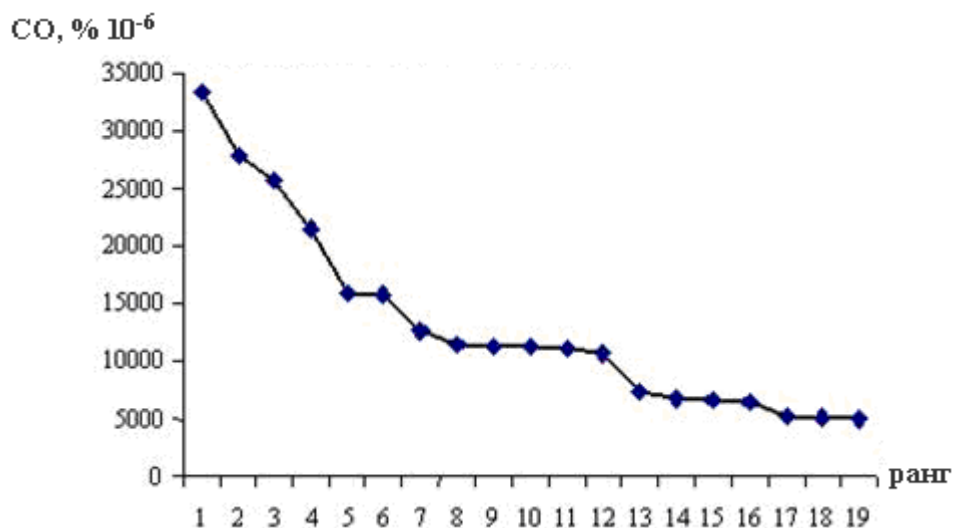


Рисунок 2.10 – Ранговое параметрическое распределение содержания оксида углерода

В работе [12] для аппроксимации концентраций газов использовано распределение экспоненциального типа:

$$p(x) = \frac{\alpha}{2\sigma\lambda\Gamma\left(\frac{1}{\alpha}\right)} \cdot e^{\left(-\left|\frac{x_i - m}{\sigma\lambda}\right|^\alpha\right)}, \quad (2.108)$$

где x_i – текущее значение переменной; m – оценка математического ожидания; σ – среднеквадратичное отклонение; α – параметр распределения;

$$\Gamma\left(\frac{1}{\alpha}\right) - \text{гамма-функция от аргумента } \frac{1}{\alpha}; \quad \lambda = \sqrt{\frac{\Gamma\left(\frac{1}{\alpha}\right)}{\Gamma\left(\frac{3}{\alpha}\right)}}.$$

Учитывая имеющиеся расхождения в опубликованных результатах, на кафедре «Передача электрической энергии» НТУ «ХПИ» были проведены исследования законов распределения растворенных в масле газов. Для исследования законов распределения концентраций растворенных в масле

газов использовались результаты хроматографического анализа по Донецкой, Луганской, Полтавской, Сумской, Харьковской областям Украины. Всего проанализированы результаты наблюдений по 426 трансформаторам, не имеющим дефектов, напряжением 110 и 330 кВ общим объемом 54,658 значений. Полученные результаты являются статистически неоднородными, поскольку анализируемые трансформаторы эксплуатируются в разных условиях, имеют различия в сортах заливаемого масла, различные значения загрузки, разную степень влияния аварийных режимов работы сети и т.д. Все это приводит к тому, что значения концентраций газов в различных трансформаторах могут существенно различаться.

Наличие неоднородности в массивах исходных данных не позволяет получить корректные функции плотности законов распределения (рис. 2.11). В связи с чем возникает объективная необходимость в разработке алгоритма для предварительной статистической обработки исходных данных.

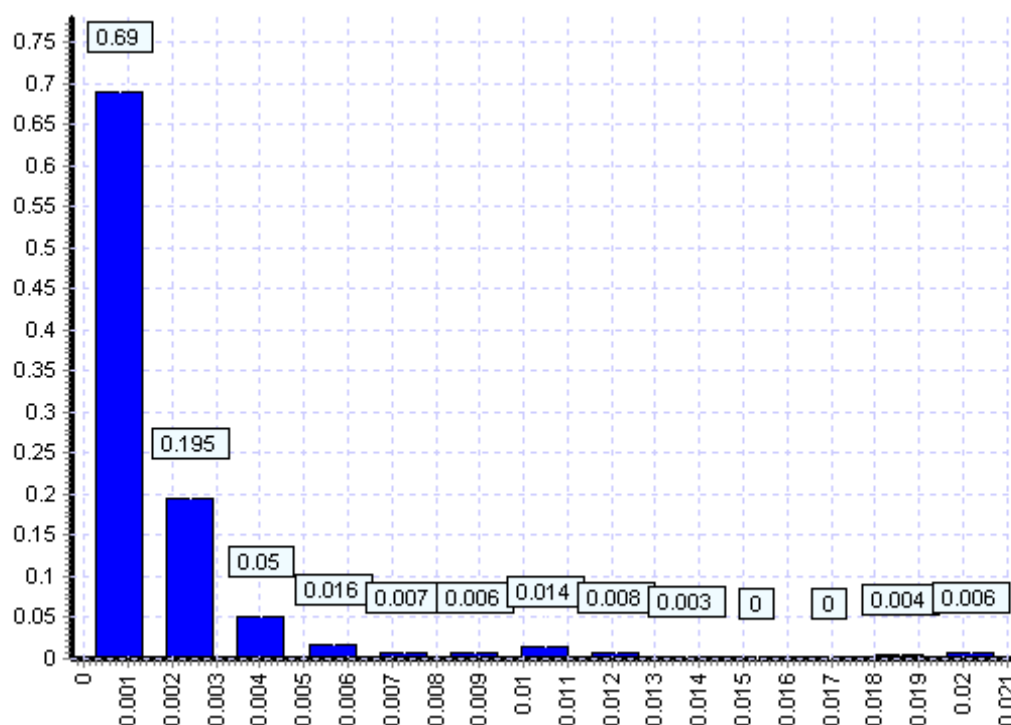


Рисунок 2.11 – Гистограммы эмпирического распределения концентраций этилена в масле для массива исходных данных

Как показал анализ, для большинства газов углеводородного ряда, растворенных в масле трансформаторов негерметичного исполнения, при

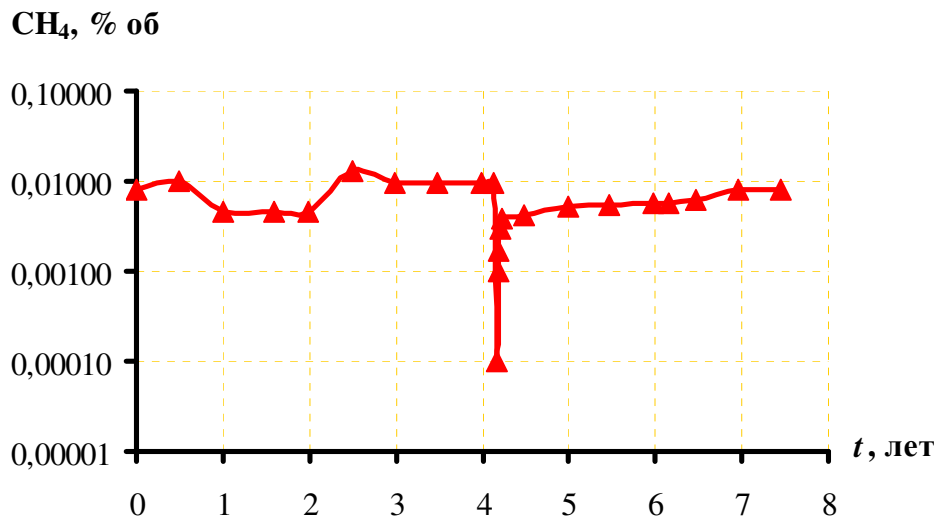
отсутствии дефектов гистограммы эмпирического распределения имеют вид, аналогичный рис. 2.11. Другими словами, наибольшую вероятность появления имеют концентрации газов, равные нулю. Очевидно, что отсутствие газа или нулевое значение концентраций является условностью, а на самом деле растворенные в масле газы присутствуют, просто их концентрация ниже предела обнаружения для используемого хроматографа.

В работе [10] предлагается заменить значения нулевых концентраций значением нижнего предела хроматографа. Однако такая замена принципиально не изменит форму эмпирического распределения. Кроме того, значения реальных концентраций могут значительно отличаться от значения нижнего предела хроматографа. Поскольку для определения граничных концентраций растворенных в масле газов область минимальных концентраций представляет незначительный интерес, по сравнению с областью высоких значений концентраций (необходимо выявить область пересечения для бездефектного и дефектного состояний), то при исследовании законов распределений «нулевые концентрации» не учитывались.

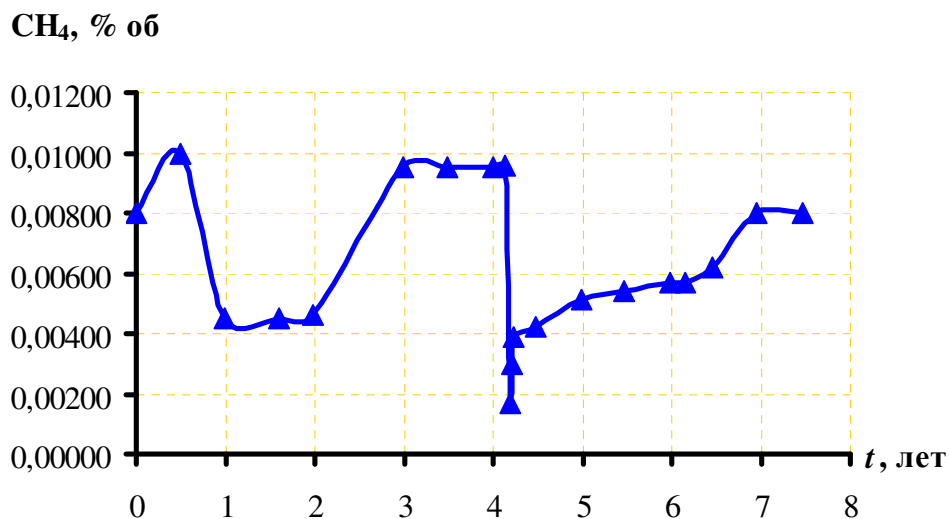
Выполненный анализ показал, что значения концентраций одного и того же газа, для одного и того же трансформатора, произведенные в разные моменты времени, могут отличаться на несколько порядков. В связи с этим общий алгоритм формирования массивов однородных данных целесообразно разбить на два этапа. На первом этапе выделить однородные значения концентраций газов в каждом отдельном трансформаторе. На втором этапе сформировать однородные массивы по каждому из газов. Для выделения однородных концентраций газов в каждом отдельном трансформаторе был использован подход, основанный на выделении грубых промахов из числа однотипных измерений. Учитывая, что вид закона распределения неизвестен и, судя по литературной информации, отличен от нормального, то для выделения грубых промахов был использован критерий Ирвина [13, 14].

Результаты тестирования иллюстрирует рис. 2.12, на котором приведена зависимость содержания в масле метана от продолжительности эксплуатации для автотрансформатора ПС «Лозовая АТ-2 АТДЦТН-200/330, Северной энергетической системы, для исходных данных (рис. 2.12, а) и после обработки (рис. 2.12, б). Как видно из рисунка, использование кри-

терия Ирвина позволяет существенно снизить неоднородность результатов испытаний.



а



б

Рисунок 2.12 – Зависимость содержания в масле метана от продолжительности эксплуатации для автотрансформатора ПС «Лозовая» АТ-2 АТДЦТН-200/330, Северной энергетической системы:

а – исходные данные; *б* – после обработки критерием Ирвина

Формирование массивов с однородными концентрациями газов выполнялось с использованием трех статистических критериев [13–15]:

1) ранговый критерий Уилкоксона (*W*) – для проверки статистической

гипотезы о схожести законов распределения двух независимых выборок;

2) Z критерий (Z) – для проверки статистической гипотезы о равенстве математических ожиданий двух независимых выборок;

3) критерий Фишера – Снедекора (F) для проверки статистической гипотезы о равенстве дисперсий двух независимых выборок.

Две независимые выборки считались однородными, если по результатам тестирования при заданном уровне значимости $\alpha = 0,05$ не отвергались статистические гипотезы:

- о схожести законов распределения двух независимых выборок;
- о равенстве математических ожиданий двух независимых выборок;
- о равенстве дисперсий двух независимых выборок.

Кроме того, еще одним немаловажным условием объединения отдельных выборок в массив данных являлся одинаковый объем выборочных значений.

Другими словами, результаты ХАРГ для разных трансформаторов объединялись в общий массив если выполнялись условия:

- 1) $S_1 > S_{n1, n2, 0,025}$, $S_2 < S_{n1, n2, 0,975}$, – тест W ;
- 2) $Z_{\text{набл}} < Z_{\text{крит}, 0,95}$ – тест Z ;
- 3) $F < F_{(n1-1), (n2-1), 0,95}$ – тест F ;
- 4) $n_1 = n_2$.

Результаты тестирования иллюстрирует рис. 2.13, на котором приведены зависимости содержания в масле метана от продолжительности эксплуатации для исходного массива данных (рис. 2.13, а) и зависимости, полученные в результате обработки (рис. 2.13, б).

Сравнивая рисунки 2.13, а и б, легко увидеть, что в результате статистической обработки неоднородность анализируемых данных значительно снижается. В результате выполненного тестирования по каждому из газов были сформированы несколько массивов однородных концентраций газов, что позволило выполнить оценку законов распределения по каждому из них. Объем выборочных значений N , значения выборочных средних M_x , дисперсий D_x , а также коэффициентов асимметрии и эксцесса j_a и j_e для данных из однородных массивов с минимальными (M_1) и максимальными (M_2) концентрациями приведены в табл. 2.4.

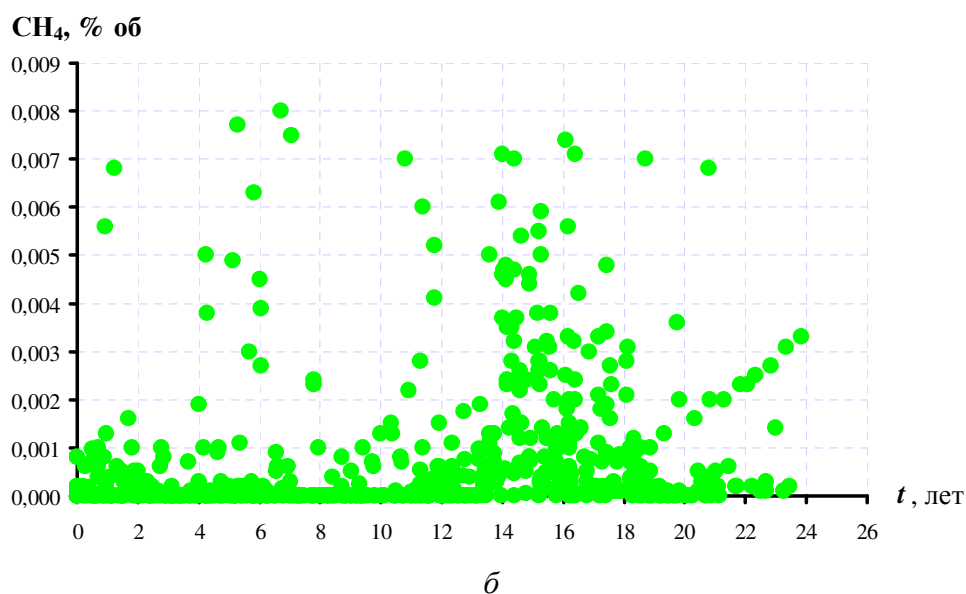
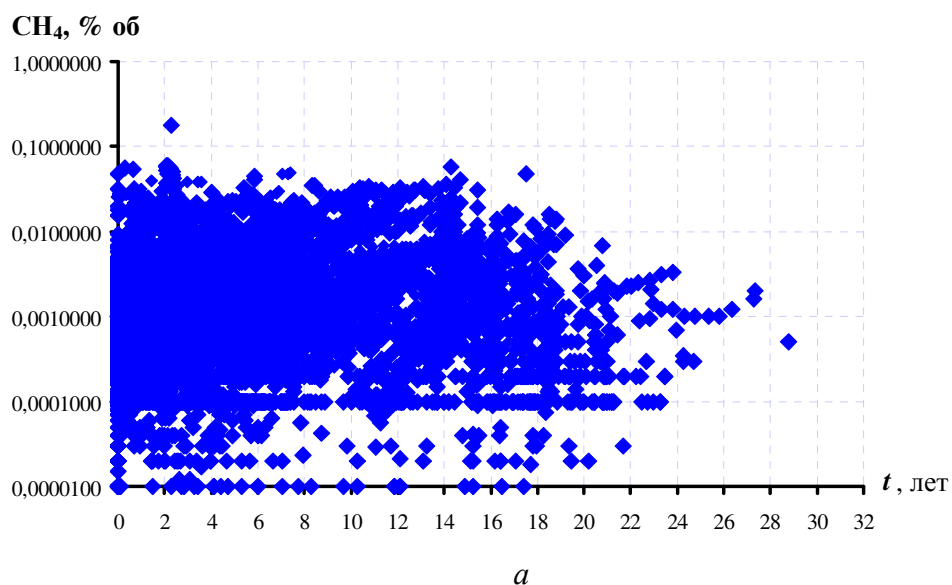


Рисунок 2.13 – Зависимость содержания в масле метана от продолжительности эксплуатации:

a – исходные данные; *б* – после статистической обработки

Как видно из таблицы, значения математических ожиданий для одних и тех же газов в разных массивах значительно отличаются, что свидетельствует о различных условиях, в которых эксплуатировались исследуемые трансформаторы. Все без исключения массивы данных имеют положительное значение коэффициента эксцесса, это свидетельствует о том, что кривая распределения имеет более высокую и «острую» вершину, чем кривая нормального закона. В то же время коэффициент асимметрии распределений имеет как положительные, так и отрицательные значения.

Таблица 2.4 – Статистические характеристики однородных массивов растворенных в масле газов

Газ	Массив	N	M_x	D_x	j_a	j_e
CH_4	M_1	749	0,001787	0,000001	0,859882	4,086394
	M_2	114	0,006081	0,000008	0,406340	3,478714
C_2H_4	M_1	105	0,005734	0,000003	–0,26606	2,581705
	M_2	139	0,016447	0,000073	0,321062	2,700014
C_2H_6	M_1	374	0,000400	0,000001	0,267044	3,270485
	M_2	115	0,008508	0,000009	0,231670	3,009867
C_2H_2	M_1	220	0,000430	0,0000001	–0,03091	2,955332
	M_2	621	0,000508	0,0000001	0,421933	3,626950
H_2	M_1	368	0,000167	0,000000	0,838634	3,765743
	M_2	124	0,004404	0,000004	0,378305	3,169493
CO	M_1	644	0,003914	0,000003	0,474578	3,011045
	M_2	606	0,009667	0,000012	0,365192	3,177988
CO_2	M_1	944	0,045001	0,000537	0,627713	3,392695
	M_2	896	0,116301	0,003507	0,439919	2,809543
N_2	M_1	249	2,648796	1,616153	0,984917	3,707773
	M_2	585	12,722501	4,765405	0,152636	3,312872
O_2	M_1	259	3,069082	0,943027	0,103397	3,711135
	M_2	898	4,537143	1,969509	0,499289	4,113706

Построение гистограмм эмпирического распределения, оценка параметров 18-ти известных законов распределения, расчет значений критериев согласия (χ^2 Пирсона и критерия Колмогорова – Смирнова) выполнялись с помощью разработанной на кафедре «Передача электрической энергии» НТУ «ХПИ» программы «ZR» [15].

По результатам анализа, выполненного с помощью программы «ZR», удалось установить, что распределение концентраций газов, растворенных в масле трансформаторов, не имеющих дефектов, подчиняется закону распределения Вейбулла с плотностью:

$$p(x; \alpha, \beta) = \frac{\beta}{\alpha^\beta} \cdot x^{\beta-1} \cdot e^{-\left(\frac{x}{\alpha}\right)^\beta}, \quad (2.109)$$

где α , β – параметры закона распределения, интерпретируемые соответственно как параметр масштаба и параметр формы.

Значения параметров масштаба и формы для закона распределения Вейбулла определялись по выражениям:

$$\beta = \frac{N-1}{N} \cdot \left(0,465 \cdot \frac{\sqrt{D}}{M} + 1,282 \cdot \frac{M}{\sqrt{D}} - 0,7 \right); \quad (2.110)$$

$$\alpha = \frac{M}{1 - 0,427 \cdot (\beta - 1) \cdot \beta^{-1,9}}, \quad (2.111)$$

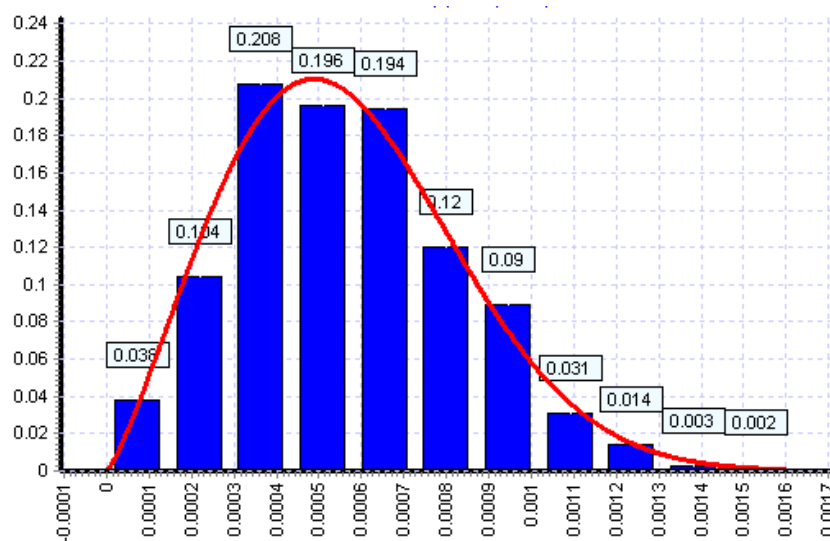
где N – объем выборочных значений; M – значения математического ожидания; D – значение дисперсии.

Значения критериев χ^2 и критерия Колмогорова – Смирнова приведены в табл. 2.5.

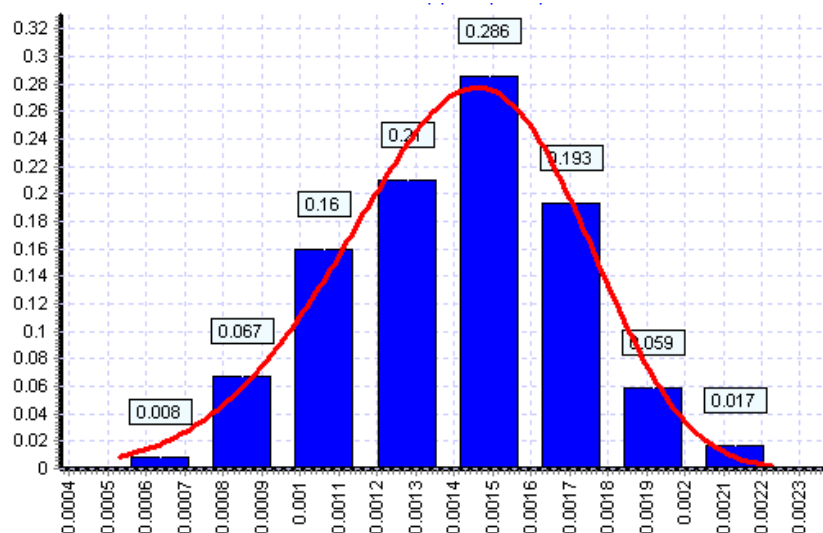
Таблица 2.5 – Значения параметров закона распределения Вейбулла, а также расчетные и критические значения (при $\alpha = 0,05$) критериев согласия для концентраций газов в бездефектных трансформаторах

Газ	Массив	Параметры закона распределения		Значение критерия Пирсона			Значение критерия Колмогорова – Смирнова	
		α	β	f	$\chi^2_{\text{расч}}$	$\chi^2_{\text{крит}}$	$\lambda_{\text{расч}}$	$\lambda_{\text{крит}}$
CH ₄	M ₁	0,001989	1,542270	6	10,877	12,600	0,740451	1,360
	M ₂	0,006866	2,255284	4	6,747	9,490	0,914204	1,360
C ₂ H ₄	M ₁	0,006313	4,026883	3	3,8636	7,820	0,591203	1,360
	M ₂	0,018570	1,989830	4	1,2375	9,490	0,296285	1,360
C ₂ H ₆	M ₁	0,000444	3,413161	4	7,9233	9,490	0,564832	1,360
	M ₂	0,009516	3,000486	3	4,0364	7,820	0,537022	1,360
C ₂ H ₂	M ₁	0,000470	4,420299	2	5,0430	5,990	0,611834	1,360
	M ₂	0,000573	2,224348	2	7,3878	7,820	0,715694	1,360
H ₂	M ₁	0,000188	1,894450	5	9,6103	11,100	0,696871	1,360
	M ₂	0,004968	2,363946	4	1,3976	9,490	0,339496	1,360
CO	M ₁	0,004416	2,368333	5	7,0255	11,100	0,651009	1,360
	M ₂	0,010804	3,046550	6	9,7422	12,600	0,775671	1,360
CO ₂	M ₁	0,050823	2,026990	8	8,0402	15,500	0,375450	1,360
	M ₂	0,131360	2,052270	12	17,464	21,000	0,465609	1,360
N ₂	M ₁	2,991637	2,185494	5	8,4480	11,100	0,874324	1,360
	M ₂	13,60117	6,839624	5	10,99	11,100	1,269848	1,360
O ₂	M ₁	3,406234	3,485298	3	4,3127	7,820	0,684970	1,360
	M ₂	5,027787	3,584519	7	14,009	14,10	1,097804	1,360

Анализируя данные табл. 2.5, легко увидеть, что увеличение значений концентраций газов в рассматриваемых выборках приводит к возрастанию значений параметра масштаба α . В то же время значение параметра формы β в большей степени определяется значением дисперсии, что наглядно иллюстрирует рис. 2.14, на котором приведены гистограммы эмпирического распределения и функции плотности закона распределения Вейбулла для концентраций этилена при разных значениях параметров масштаба и формы.



a



b

Рисунок 2.14 – Гистограммы эмпирического распределения и функции плотности закона распределения Вейбулла для концентраций этилена при разных значениях параметров масштаба и формы:

a – $\alpha = 0,000639$, $\beta = 2,225078$; *b* – $\alpha = 0,001521$, $\beta = 5,267013$

При анализе законов распределения концентраций газов для дефектных трансформаторов возникают объективные трудности, которые обусловлены наличием количественных и качественных различий в газосодержании масел при дефектах различного типа. Наглядно подобные различия иллюстрирует табл. 2.6, в которой приведены значения концентраций газов для разного типа дефектов.

Таблица 2.6 – Значения концентраций газов в трансформаторах и автотрансформаторах при различных типах дефектов

№ п/п	Тип трансформатора	Значения концентраций газов, % об				
		H ₂	CH ₄	C ₂ H ₆	C ₂ H ₄	C ₂ H ₂
Частичные разряды						
1	АОДЦТН 417000/500	0,135	0,022	0,001	0,0003	0
2	АТДЦТГУ-120000/220	0,0177	0,004	0,0027	0,0018	0
3	АОДТЦН-330000/750/330	0,045	0,006	0,0052	0,0002	0
4	ОДГ-35000/150	0,00949	0,00062	0,00073	0,001	0
5	ОДГ-35000/150	0,0328	0,00113	0,00103	0,0011	0
Разряды по поверхности						
6	ТРДНС 25000/35	0,063	0,005	0	0,012	0,0103
7	АТДЦТН-330	0,029	0,0099	0,0019	0,0121	0,0112
8	ТДТН- 63000/110	0,053	0,02	0,009	0,049	0,0013
9	АТДЦТН-125000/220/110	0,021	0	0	0,016	0,025
10	АТДЦТН-125000/220/110	0,094	0,073	0,025	0,228	0,247
Дуговые разряды						
11	ТДН-16000-110/6	0,012	0,0079	0,005	0,039	0,81
12	АОДЦНТН-167000/500	0,114	0,0144	0,0106	0,0541	0,0793
13	ТРДН 110/6 25	0,063	0,006	0	0,0013	0,0103
14	ТДТГ - 10000/110	0,2	0,021	0,006	0,027	0,134
15	ТДТН-31500/110	0,016	0,0024	0,0006	0,015	0,04
Перегрев в диапазоне температур 300–700 °С						
16	ТРДН-25-110/6	0,0063	0,0117	0,015	0,0073	0
17	ТДГ 6000/110	0	0,108	0,025	0,072	0
18	АТДЦТН 250000/330	0,011	0,0587	0,0109	0,0633	0
19	ТДТН-25 110/35/10	0,017	0,078	0,024	0,0676	7,2 · 10 ⁻⁵
Перегрев с температурой выше 700 °С						
20	ТРДН-80000/110	0,0056	0,007	0,0012	0,0083	2,6 · 10 ⁻⁴
21	ТДТН-63000/110/35/6	0,0011	0,0034	0,0006	0,0105	0
22	ТДЦГ-400000/330	0,01	0,018	0,0053	0,051	0,0035
23	ТДТН 25000/110	0,0012	0,0458	0,0152	0,0571	0

Из табл. 2.6 видно, что и количественный, и качественный состав растворенных в масле газов существенно отличаются. При этом газосодержание для одного типа дефекта отличается от газосодержания любого другого типа дефекта так же, как и для бездефектного состояния. Более того, как видно из табл. 2.6, различия в газосодержании наблюдаются не только для разных типов дефектов, но и для дефекта одного типа. Концентрации газов в одном и том же трансформаторе, при одном и том же типе дефекта, но полученные в разные моменты времени, также значительно различаются трансформаторы 4 – 5 и 9 – 10 в табл. 2.6. Очевидно, что подобные различия делают крайне затруднительным моделирование дефектного состояния только одним совместным распределением, поскольку каждый тип дефекта характеризуется своим спектром газов.

Идеальным вариантом решения для такой ситуации является получение граничных значений концентраций газов отдельно для каждого типа дефекта. Однако реализация данного решения требует наличия большого объема результатов ХАРГ с четко установленным типом дефекта.

В подобной ситуации в качестве законов распределения для дефектных трансформаторов использовались распределения газов, являющихся ключевыми (с максимальной концентрацией) для данного типа дефекта [14]. Статистические характеристики массивов газов для дефектных трансформаторов приведены в табл. 2.7.

Таблица 2.7 – Статистические характеристики однородных массивов концентраций газов для трансформаторов с развивающимися дефектами

Газ	N	M_x	D_x	j_a	j_e
CH₄	54	0,036865	0,000303	0,487109	3,150885
C₂H₄	67	0,058117	0,000809	0,527678	3,669434
C₂H₆	44	0,027432	0,000139	1,071759	4,291861
C₂H₂	53	0,017286	0,000099	0,840056	4,037096
H₂	47	0,000627	0,000000	0,174890	2,969487

Как видно из табл. 2.7, статистические характеристики массивов газов для дефектных трансформаторов практически не отличаются от параметров распределений, полученных для бездефектных трансформаторов. Положительные значения коэффициентов асимметрии и эксцесса свидетельствуют об отличии исследуемых законов распределений от нормального.

Несколько меньшие значения коэффициентов асимметрии для массивов дефектных трансформаторов, свидетельствующие о более симметричной форме распределения, могут быть обусловлены небольшим объемом выборочных значений.

Значения параметров закона распределения Вейбулла, а также расчетные и критические значения (при $\alpha = 0,05$) критериев Пирсона и Колмогорова – Смирнова для концентраций пяти газов приведены в табл. 2.8.

Таблица 2.8 – Значения параметров закона распределения Вейбулла, а также расчетные и критические значения (при $\alpha = 0,05$) критериев согласия для концентраций газов в дефектных трансформаторах

Газ	Параметры закона распределения		Значение критерия Пирсона			Значение критерия Колмогорова – Смирнова	
	α	β	f	$\chi^2_{\text{расч}}$	$\chi^2_{\text{крит}}$	$\lambda_{\text{расч}}$	$\lambda_{\text{крит}}$
CH₄	0,041635	2,194290	2	0,730941	5,990	0,299500	1,360
C₂H₄	0,065647	2,115252	2	0,763693	5,990	0,242422	1,360
C₂H₆	0,030929	2,421890	1	0,455066	3,840	0,234147	1,360
C₂H₂	0,019442	1,761373	1	1,8212	3,840	0,43029	1,360
H₂	0,055464	2,503356	2	1,279384	5,990	0,356421	1,360

На рис. 2.15 приведены гистограммы эмпирического распределения и функция плотности распределения законов Вейбулла для пяти газов углеводородного ряда и водорода, которые являются определяющими при обнаружении дефекта. Анализируя данные табл. 2.7 и рис. 2.15, легко увидеть, что для всех пяти газов расчетные значения критерия согласия Пирсона и критерия Колмогорова – Смирнова не превышают критических значений. Таким образом можно сделать вывод о том, что нет оснований для того, чтобы отвергнуть гипотезу о приемлемости закона распределения Вейбулла. Как видно из рис. 2.15, формы распределения углеводородных газов и водорода для трансформаторов, имеющих дефекты, практически не отличаются от формы распределений этих газов для бездефектных трансформаторов.

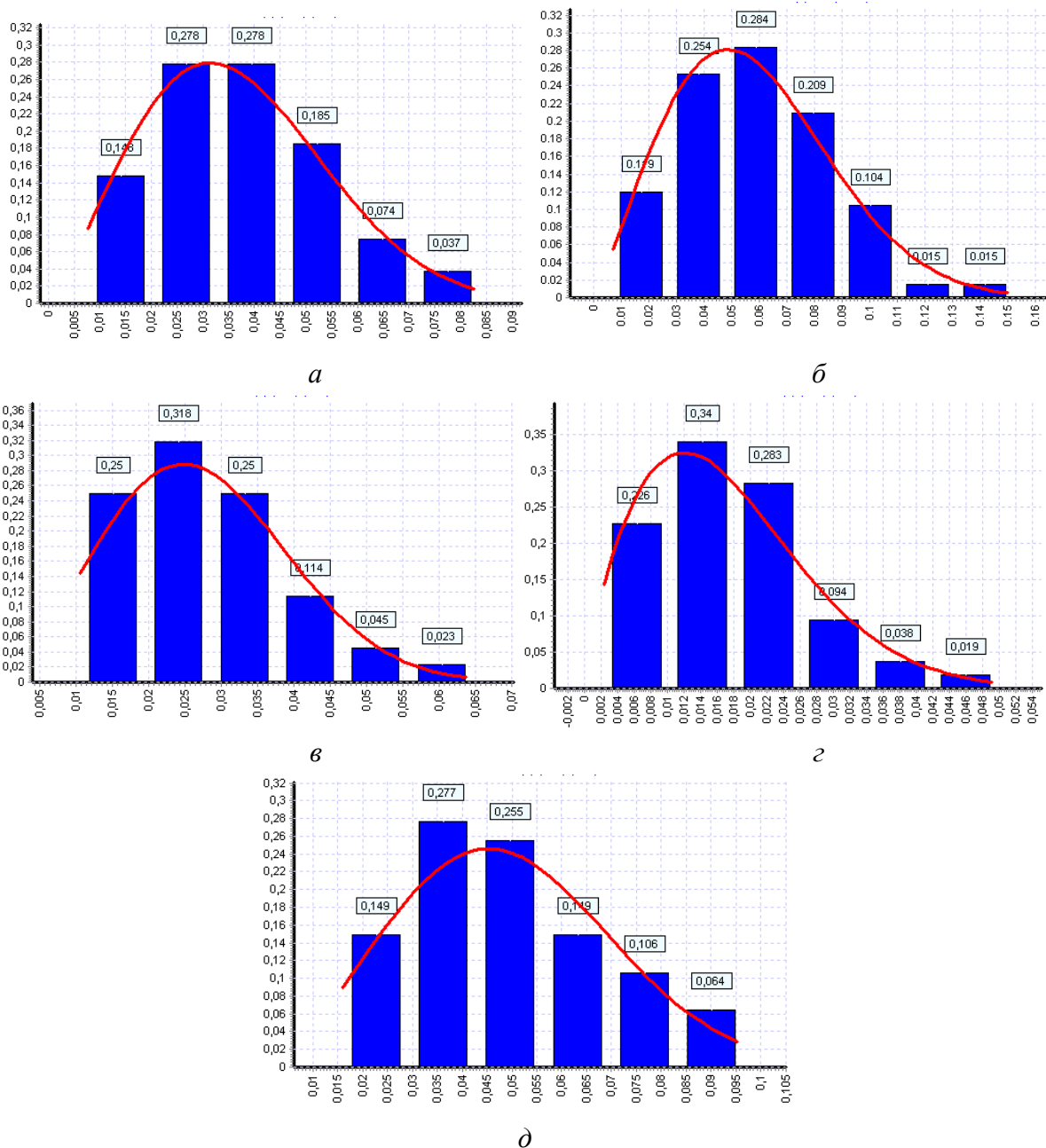


Рисунок 2.15 – Гистограмма эмпирического распределения и функция плотности распределения закона Вейбулла для газов, растворенных в масле дефектных трансформаторов:

а – содержание метана; *б* – содержание этилена; *в* – содержание этана;
г – содержание ацетилена; *д* – содержание водорода;

Взаимное расположение теоретических плотностей распределения концентраций газов, растворенных в масле бездефектных и дефектных трансформаторов, рассмотрим на примере этана. Плотности теоретических распределений концентрации метана для бездефектных трансформаторов (D_1) и трансформаторов с развивающимися дефектами (D_2) приведены на

рис. 2.16. Из рис. 2.16 видно, что значения граничных концентраций газов в трансформаторах с бездефектным состоянием изменяются в достаточно широких пределах. При этом по мере ухудшения условий эксплуатации трансформаторов наблюдается смещение математических ожиданий в область более высоких концентраций.

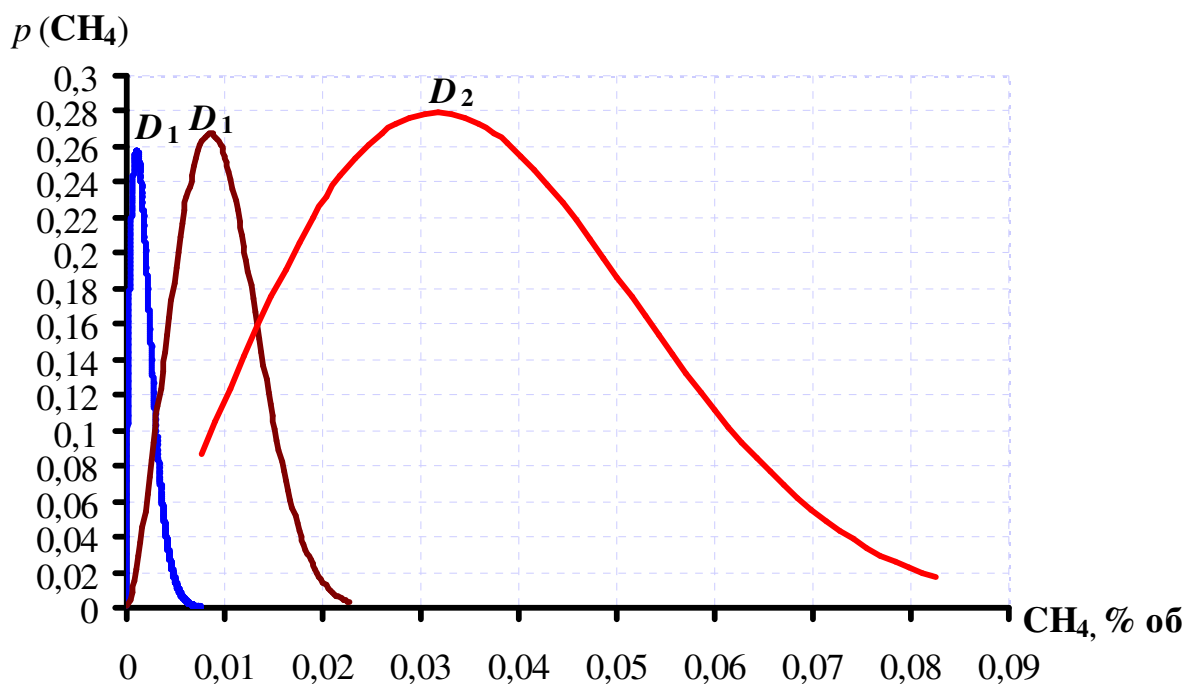


Рисунок 2.16 – Плотности теоретических распределений концентрации метана для бездефектных трансформаторов (D_1) и трансформаторов с развивающимися дефектами (D_2)

Плотности распределения для дефектных и бездефектных состояний пересекаются, а это значит, что принципиально невозможно выбрать граничные значения показателей, которые бы не давали ошибочных решений. В таких условиях для определения граничных показателей необходимо выбрать критерий оптимизации. В настоящее время используется целый ряд критериев, таких как минимальное число ошибочных решений, метод минимакса, метод Неймана – Пирсона, метод минимального риска и т.д. В качестве критерия для определения граничных концентраций газов выбран критерий минимума среднего риска, то есть граничные концентрации выбирались таким образом, чтобы обеспечить минимум возможных экономических потерь.

2.7.3. Методика определения среднего риска при использовании граничных значений концентраций растворенных в масле газов в качестве критерия наличия дефекта в высоковольтных силовых трансформаторах

Сформулируем решающее правило. Согласно действующему в Украине нормативному документу СОУ-Н ЕЕ 46.501:2006 [7], для принятия решения об отсутствии дефекта необходимо, чтобы концентрации всех газов не превышали граничных значений. Первичным условием для принятия решения о наличии дефекта является превышение концентрацией хотя бы одного из газов граничных значений.

Для определения значений вероятностей ошибок I и II рода для многомерных распределений диагностических признаков необходимо ввести допущения, связанные с наличием либо отсутствием корреляции между растворенными в масле газами. Известно [16, 17], что при отсутствии дефектов и внешних эксплуатационных воздействий в баках трансформаторов негерметичного исполнения значимая корреляция между газами отсутствует. Тогда как наличие дефекта или внешнего эксплуатационного воздействия характеризуется появлением значимой корреляции между газами углеводородного ряда. В литературе по технической диагностике, например в [1], рекомендуется, вместе с тем, считать признаки независимыми даже при наличии значительной корреляционной связи между ними. Поэтому статическое распределение диагностических параметров для состояний D_1 и D_2 определялось по выражению:

$$f(x / D_1) = f(x_1 / D_1) f(x_2 / D_1) \dots f(x_n / D_1).$$

Запишем в общем виде выражения для расчета вероятностей ошибок I и II рода и вероятностей правильных решений, учитывая, что плотность закона распределения Вейбулла описывается выражением:

$$p(x; \alpha, \beta) = \frac{\beta}{\alpha^\beta} \cdot x^{\beta-1} \cdot e^{-\left(\frac{x}{\alpha}\right)^\beta} \quad \text{при } (0 \leq x < +\infty), (\alpha > 0; \beta > 0), \quad (2.112)$$

где α , β – параметры закона распределения, интерпретируемые соответственно как параметр масштаба и параметр формы.

Вероятность правильного решения при диагностике бездефектных трансформаторов (концентрации всех пяти газов ниже граничных) определяется по выражению [18]:

$$\begin{aligned}
 P_{11} = & \int_{CH_{4(0)}}^{CH_{4гр}} \frac{\beta_{CH_4}}{\alpha_{CH_4}^{\beta_{CH_4}}} \cdot CH_4^{\beta_{CH_4}-1} \cdot e^{-\left(\frac{CH_4}{\alpha_{CH_4}}\right)^{\beta_{CH_4}}} dCH_4 \times \\
 & \times \int_{C_2H_{4(0)}}^{C_2H_{4гр}} \frac{\beta_{C_2H_4}}{\alpha_{C_2H_4}^{\beta_{C_2H_4}}} \cdot C_2H_4^{\beta_{C_2H_4}-1} \cdot e^{-\left(\frac{C_2H_4}{\alpha_{C_2H_4}}\right)^{\beta_{C_2H_4}}} dC_2H_4 \times \\
 & \times \int_{C_2H_{2(0)}}^{C_2H_{2гр}} \frac{\beta_{C_2H_2}}{\alpha_{C_2H_2}^{\beta_{C_2H_2}}} \cdot C_2H_2^{\beta_{C_2H_2}-1} \cdot e^{-\left(\frac{C_2H_2}{\alpha_{C_2H_2}}\right)^{\beta_{C_2H_2}}} dC_2H_2 \times \quad (2.113) \\
 & \times \int_{C_2H_{6(0)}}^{C_2H_{6гр}} \frac{\beta_{C_2H_6}}{\alpha_{C_2H_6}^{\beta_{C_2H_6}}} \cdot C_2H_6^{\beta_{C_2H_6}-1} \cdot e^{-\left(\frac{C_2H_6}{\alpha_{C_2H_6}}\right)^{\beta_{C_2H_6}}} dC_2H_6 \times \\
 & \times \int_{H_{2(0)}}^{H_{2гр}} \frac{\beta_{H_2}}{\alpha_{H_2}^{\beta_{H_2}}} \cdot H_2^{\beta_{H_2}-1} \cdot e^{-\left(\frac{H_2}{\alpha_{H_2}}\right)^{\beta_{H_2}}} dH_2,
 \end{aligned}$$

где CH_4 , C_2H_4 , C_2H_2 , C_2H_6 , H_2 – значения концентраций газов; $CH_{4гр}$, $C_2H_{4гр}$, $C_2H_{2гр}$, $C_2H_{6гр}$, $H_{2гр}$ – граничные значения концентраций газов; $CH_{4(0)}$, $C_2H_{4(0)}$, $C_2H_{2(0)}$, $C_2H_{6(0)}$, $H_{2(0)}$ – нижний предел обнаружения соответствующих газов хроматографом; α_{CH_4} , $\alpha_{C_2H_4}$, $\alpha_{C_2H_2}$, $\alpha_{C_2H_6}$, α_{H_2} – параметры масштаба закона распределения Вейбулла для концентраций в бездефектных трансформаторах; β_{CH_4} , $\beta_{C_2H_4}$, $\beta_{C_2H_2}$, $\beta_{C_2H_6}$, β_{H_2} – параметры формы закона распределения Вейбулла для концентраций газов в бездефектных трансформаторах.

Значение вероятности ошибки I-го рода будет заключаться в том, что при отсутствии дефекта в трансформаторе концентрация хотя бы одного из газов превысит граничное значение. Поскольку диагностика осуществля-

ется по комплексу признаков, вероятность ошибки первого рода будет равна сумме вероятностей превышения концентрации одним, двумя, тремя, четырьмя и пятью газами в бездефектных трансформаторах. Для определения полного количества возможных сочетаний в [18] использовалось выражение:

$$C_k^m = \frac{k!}{m!(k-m)!}, \quad (2.114)$$

где k – число газов; m – число элементов в сочетании.

Количество возможных сочетаний по пяти газам приведено в табл. 2.9.

Как видно из табл. 2.9, для определения вероятности ошибки первого рода необходимо выполнить численное интегрирование 31 раз, меняя соответствующие пределы интегрирования.

Таблица 2.9 – Число возможных сочетаний для пяти газов

Число элементов в сочетании				
1	2	3	4	5
Число возможных комбинаций				
5	10	10	5	1

Выражение для расчета вероятности ошибки I рода можно представить как:

$$P_{21} = \left[\int_{CH_{4гр}}^{\infty} \frac{\beta_{CH_4}}{\alpha_{CH_4}^{\beta_{CH_4}}} \cdot CH_4^{\beta_{CH_4}-1} \cdot e^{-\left(\frac{CH_4}{\alpha_{CH_4}}\right)^{\beta_{CH_4}}} dCH_4 \times \right. \\ \left. \times \int_{C_{2H_4(0)}}^{C_{2H_4гр}} \frac{\beta_{C_2H_4}}{\alpha_{C_2H_4}^{\beta_{C_2H_4}}} \cdot C_{2H_4}^{\beta_{C_2H_4}-1} \cdot e^{-\left(\frac{C_{2H_4}}{\alpha_{C_2H_4}}\right)^{\beta_{C_2H_4}}} dC_{2H_4} \times \right.$$

$$\begin{aligned}
& \times \int_{C_2H_{2(0)}}^{C_2H_{2rp}} \frac{\beta_{C_2H_2}}{\alpha_{C_2H_2}^{\beta_{C_2H_2}}} \cdot C_2H_2^{\beta_{C_2H_2}-1} \cdot e^{-\left(\frac{C_2H_2}{\alpha_{C_2H_2}}\right)^{\beta_{C_2H_2}}} dC_2H_2 \times \\
& \times \int_{C_2H_{6(0)}}^{C_2H_{6rp}} \frac{\beta_{C_2H_6}}{\alpha_{C_2H_6}^{\beta_{C_2H_6}}} \cdot C_2H_6^{\beta_{C_2H_6}-1} \cdot e^{-\left(\frac{C_2H_6}{\alpha_{C_2H_6}}\right)^{\beta_{C_2H_6}}} dC_2H_6 \times \\
& \times \int_{H_{2(0)}}^{H_{2rp}} \frac{\beta_{H_2}}{\alpha_{H_2}^{\beta_{H_2}}} \cdot H_2^{\beta_{H_2}-1} \cdot e^{-\left(\frac{H_2}{\alpha_{H_2}}\right)^{\beta_{H_2}}} dH_2 \Bigg] + \dots + \quad (2.115) \\
& + \dots + \left[\int_{CH_{4rp}}^{\infty} \frac{\beta_{CH_4}}{\alpha_{CH_4}^{\beta_{CH_4}}} \cdot CH_4^{\beta_{CH_4}-1} \cdot e^{-\left(\frac{CH_4}{\alpha_{CH_4}}\right)^{\beta_{CH_4}}} dCH_4 \times \right. \\
& \times \int_{C_2H_{4rp}}^{\infty} \frac{\beta_{C_2H_4}}{\alpha_{C_2H_4}^{\beta_{C_2H_4}}} \cdot C_2H_4^{\beta_{C_2H_4}-1} \cdot e^{-\left(\frac{C_2H_4}{\alpha_{C_2H_4}}\right)^{\beta_{C_2H_4}}} dC_2H_4 \times \\
& \times \int_{C_2H_{2rp}}^{\infty} \frac{\beta_{C_2H_2}}{\alpha_{C_2H_2}^{\beta_{C_2H_2}}} \cdot C_2H_2^{\beta_{C_2H_2}-1} \cdot e^{-\left(\frac{C_2H_2}{\alpha_{C_2H_2}}\right)^{\beta_{C_2H_2}}} dC_2H_2 \times \\
& \times \int_{C_2H_{6rp}}^{\infty} \frac{\beta_{C_2H_6}}{\alpha_{C_2H_6}^{\beta_{C_2H_6}}} \cdot C_2H_6^{\beta_{C_2H_6}-1} \cdot e^{-\left(\frac{C_2H_6}{\alpha_{C_2H_6}}\right)^{\beta_{C_2H_6}}} dC_2H_6 \times \\
& \times \int_{H_{2rp}}^{\infty} \frac{\beta_{H_2}}{\alpha_{H_2}^{\beta_{H_2}}} \cdot H_2^{\beta_{H_2}-1} \cdot e^{-\left(\frac{H_2}{\alpha_{H_2}}\right)^{\beta_{H_2}}} dH_2 \Bigg].
\end{aligned}$$

Значение вероятности ошибки II рода (вероятность того, что при наличии дефекта концентрации всех пяти газов будут меньше граничных), определялось как:

$$\begin{aligned}
 P_{12} = & \left[\int_{CH_4(0)}^{CH_4_{гр}} \frac{\gamma_{CH_4}}{\eta_{CH_4}^{\gamma_{CH_4}}} \cdot CH_4^{\gamma_{CH_4}-1} \cdot e^{-\left(\frac{CH_4}{\eta_{CH_4}}\right)^{\gamma_{CH_4}}} dCH_4 \times \right. \\
 & \times \int_{C_2H_4(0)}^{C_2H_4_{гр}} \frac{\gamma_{C_2H_4}}{\eta_{C_2H_4}^{\gamma_{C_2H_4}}} \cdot C_2H_4^{\gamma_{C_2H_4}-1} \cdot e^{-\left(\frac{C_2H_4}{\eta_{C_2H_4}}\right)^{\gamma_{C_2H_4}}} dC_2H_4 \times \\
 & \times \int_{C_2H_2(0)}^{C_2H_2_{гр}} \frac{\gamma_{C_2H_2}}{\eta_{C_2H_2}^{\gamma_{C_2H_2}}} \cdot C_2H_2^{\gamma_{C_2H_2}-1} \cdot e^{-\left(\frac{C_2H_2}{\eta_{C_2H_2}}\right)^{\gamma_{C_2H_2}}} dC_2H_2 \times \quad (2.116) \\
 & \times \int_{C_2H_6(0)}^{C_2H_6_{гр}} \frac{\gamma_{C_2H_6}}{\eta_{C_2H_6}^{\gamma_{C_2H_6}}} \cdot C_2H_6^{\gamma_{C_2H_6}-1} \cdot e^{-\left(\frac{C_2H_6}{\eta_{C_2H_6}}\right)^{\gamma_{C_2H_6}}} dC_2H_6 \times \\
 & \left. \times \int_{H_2(0)}^{H_2_{гр}} \frac{\gamma_{H_2}}{\eta_{H_2}^{\gamma_{H_2}}} \cdot H_2^{\gamma_{H_2}-1} \cdot e^{-\left(\frac{H_2}{\eta_{H_2}}\right)^{\gamma_{H_2}}} dH_2 \right],
 \end{aligned}$$

где η_{CH_4} , $\eta_{C_2H_4}$, $\eta_{C_2H_2}$, $\eta_{C_2H_6}$, η_{H_2} – параметры масштаба закона распределения Вейбулла для концентраций в дефектных трансформаторах; γ_{CH_4} , $\gamma_{C_2H_4}$, $\gamma_{C_2H_2}$, $\gamma_{C_2H_6}$, γ_{H_2} – параметры формы закона распределения Вейбулла для концентраций газов в дефектных трансформаторах.

Вероятность принятия правильного решения при диагностике дефектных трансформаторов будет равна сумме вероятностей превышения концентрации одним, двумя, тремя, четырьмя и пятью газами при наличии дефекта. Выражение для расчета вероятности принятия правильного решения может быть представлено в виде:

$$\begin{aligned}
P_{22} = & \left[\int_{\text{CH}_{4\text{gr}}}^{\infty} \frac{\gamma_{\text{CH}_4}}{\eta_{\text{CH}_4}^{\gamma_{\text{CH}_4}}} \cdot \text{CH}_4^{\gamma_{\text{CH}_4}-1} \cdot e^{-\left(\frac{\text{CH}_4}{\eta_{\text{CH}_4}}\right)^{\gamma_{\text{CH}_4}}} d\text{CH}_4 \times \right. \\
& \times \int_{\text{C}_2\text{H}_4(0)}^{\text{C}_2\text{H}_4\text{gr}} \frac{\gamma_{\text{C}_2\text{H}_4}}{\eta_{\text{C}_2\text{H}_4}^{\gamma_{\text{C}_2\text{H}_4}}} \cdot \text{C}_2\text{H}_4^{\gamma_{\text{C}_2\text{H}_4}-1} \cdot e^{-\left(\frac{\text{C}_2\text{H}_4}{\eta_{\text{C}_2\text{H}_4}}\right)^{\gamma_{\text{C}_2\text{H}_4}}} d\text{C}_2\text{H}_4 \times \\
& \times \int_{\text{C}_2\text{H}_2(0)}^{\text{C}_2\text{H}_2\text{gr}} \frac{\gamma_{\text{C}_2\text{H}_2}}{\eta_{\text{C}_2\text{H}_2}^{\gamma_{\text{C}_2\text{H}_2}}} \cdot \text{C}_2\text{H}_2^{\gamma_{\text{C}_2\text{H}_2}-1} \cdot e^{-\left(\frac{\text{C}_2\text{H}_2}{\eta_{\text{C}_2\text{H}_2}}\right)^{\gamma_{\text{C}_2\text{H}_2}}} d\text{C}_2\text{H}_2 \times \\
& \times \int_{\text{C}_2\text{H}_6(0)}^{\text{C}_2\text{H}_6\text{gr}} \frac{\gamma_{\text{C}_2\text{H}_6}}{\eta_{\text{C}_2\text{H}_6}^{\gamma_{\text{C}_2\text{H}_6}}} \cdot \text{C}_2\text{H}_6^{\gamma_{\text{C}_2\text{H}_6}-1} \cdot e^{-\left(\frac{\text{C}_2\text{H}_6}{\eta_{\text{C}_2\text{H}_6}}\right)^{\gamma_{\text{C}_2\text{H}_6}}} d\text{C}_2\text{H}_6 \times \quad (2.117) \\
& \times \left. \int_{\text{H}_2(0)}^{\text{H}_2\text{gr}} \frac{\gamma_{\text{H}_2}}{\eta_{\text{H}_2}^{\gamma_{\text{H}_2}}} \cdot \text{H}_2^{\gamma_{\text{H}_2}-1} \cdot e^{-\left(\frac{\text{H}_2}{\eta_{\text{H}_2}}\right)^{\gamma_{\text{H}_2}}} d\text{H}_2 \right] + \dots + \\
& + \dots + \left[\int_{\text{CH}_4\text{gr}}^{\infty} \frac{\gamma_{\text{CH}_4}}{\eta_{\text{CH}_4}^{\gamma_{\text{CH}_4}}} \cdot \text{CH}_4^{\gamma_{\text{CH}_4}-1} \cdot e^{-\left(\frac{\text{CH}_4}{\bar{\alpha}_{\text{CH}_4}}\right)^{\gamma_{\text{CH}_4}}} d\text{CH}_4 \times \right. \\
& \times \int_{\text{C}_2\text{H}_4\text{gr}}^{\infty} \frac{\gamma_{\text{C}_2\text{H}_4}}{\eta_{\text{C}_2\text{H}_4}^{\gamma_{\text{C}_2\text{H}_4}}} \cdot \text{C}_2\text{H}_4^{\gamma_{\text{C}_2\text{H}_4}-1} \cdot e^{-\left(\frac{\text{C}_2\text{H}_4}{\eta_{\text{C}_2\text{H}_4}}\right)^{\gamma_{\text{C}_2\text{H}_4}}} d\text{C}_2\text{H}_4 \times \\
& \times \left. \int_{\text{C}_2\text{H}_2\text{gr}}^{\infty} \frac{\gamma_{\text{C}_2\text{H}_2}}{\eta_{\text{C}_2\text{H}_2}^{\gamma_{\text{C}_2\text{H}_2}}} \cdot \text{C}_2\text{H}_2^{\gamma_{\text{C}_2\text{H}_2}-1} \cdot e^{-\left(\frac{\text{C}_2\text{H}_2}{\eta_{\text{C}_2\text{H}_2}}\right)^{\gamma_{\text{C}_2\text{H}_2}}} d\text{C}_2\text{H}_2 \times \right.
\end{aligned}$$

$$\times \int_{C_2H_{6гр}}^{\infty} \frac{\gamma_{C_2H_6}}{\eta_{C_2H_6}^{\gamma_{C_2H_6}}} \cdot C_2H_6^{\gamma_{C_2H_6}-1} \cdot e^{-\left(\frac{C_2H_6}{\eta_{C_2H_6}}\right)^{\gamma_{C_2H_6}}} dC_2H_6 \times$$

$$\times \int_{H_2гр}^{\infty} \frac{\gamma_{H_2}}{\eta_{H_2}^{\gamma_{H_2}}} \cdot H_2^{\gamma_{H_2}-1} \cdot e^{-\left(\frac{H_2}{\eta_{H_2}}\right)^{\gamma_{H_2}}} dH_2 \Bigg].$$

2.7.4. Определение граничных концентраций газов, обеспечивающих минимум среднего риска

Граничными значениями концентраций растворенных в масле газов, в данном случае, будут являться те значения газов, которые обеспечивают минимум функции среднего риска. Полученное выражение для функции среднего риска является достаточно громоздким, что затрудняет определение граничных концентраций газов путем дифференцирования функции риска, как показано в подразделе 2.3.4, поэтому для минимизации функции риска был использован подход, основанный на методах градиентного спуска, в частности метод Нелдера – Мида [19]. Этот метод, также известный как метод деформируемого многогранника, – метод безусловной оптимизации вещественной функции от нескольких переменных, который решает задачу поиска минимизатора x^* некоторой заданной функции f :

$$X \xrightarrow{f} S, X \in S^n,$$

$$x^* = \min_{x \in X} f(x). \quad (2.118)$$

В пространстве поиска S^n строится равносторонний многогранник (регулярный симплекс) с количеством вершин, равным $(n+1)$. Далее выясняется, какая из вершин симплекса является наихудшей в смысле значения функции $f(x)$. Для этого необходимо вычислить $f(x)$ во всех вершинах (если функция $f(x)$ задана аналитически или алгоритмически). Найденная наихудшая вершина заменяется на новую вершину, которая является отражением наихудшей вершины относительно центра тяжести оставшихся вершин. Получается новый симплекс, где вся процедура повторяется. В результате симплекс передвигается по пространству поиска в сторону иско-

мого минимизатора функции $f(x)$.

Суть метода заключается в последовательном перемещении и деформации симплекс вокруг точки экстремума. Предполагается, что серьезных ограничений на область определения функции нет, то есть функция определена во всех точках.

Параметрами метода являются:

- коэффициент отражения $\alpha > 0$, обычно выбирается равным 1.
- коэффициент сжатия $\beta > 0$, обычно выбирается равным 0,5.
- коэффициент растяжения $\gamma > 0$, обычно выбирается равным 2.

Допустим, что $x_i^{(k)} = [x_{i1}^{(k)}, \dots, x_{ij}^{(k)}, \dots, x_{in}^{(k)}]^T, i = 1, \dots, n+1$, является i -й вершиной (точкой) в пространстве S^n на k -м этапе поиска, $k = 0, 1, \dots$, и при этом значение целевой функции в $x_i^{(k)}$ равно $f(x_i^{(k)})$. Определим те векторы x многогранника, которые обеспечивают максимальное и минимальное значения $f(x)$:

$$f(x_h^{(k)}) = \max \{f(x_1^{(k)}), \dots, f(x_{n+1}^{(k)})\} \quad (2.119)$$

где $x_h^{(k)} = x_i^{(k)}$, и

$$f(x_l^{(k)}) = \min \{f(x_1^{(k)}), \dots, f(x_{n+1}^{(k)})\} \quad (2.120)$$

где $x_l^{(k)} = x_i^{(k)}$.

Многогранник в S^n состоит из $(n+1)$ вершин x_1, \dots, x_{n+1} , пусть x_{n+2} будет центром тяжести всех вершин, кроме x_h . Тогда координаты этого центра будут определяться по выражению:

$$x_{n+2,j}^{(k)} = \frac{1}{n} \left[\left(\sum_{i=1}^{n+1} x_{ij}^{(k)} \right) - x_{hj}^{(k)} \right], \quad j = 1, \dots, n, \quad (2.121)$$

где индекс j обозначает координатное направление.

Исходный многогранник (см. рис. 2.17) обычно выбирается в виде регулярного симплекса (но это не обязательно) с точкой 1 в качестве начала координат. Начало координат можно также поместить в центр тяжести. Процедура поиска вершины в S^n , в которой $f(x)$ имеет лучшее значение, состоит из следующих операций:

1. *Отражение.* Проектирование худшей вершины $x_h^{(k)}$ через центр

тяжести оставшихся вершин:

$$x_{n+3}^{(k)} = x_{n+2}^{(k)} + \alpha \left(x_{n+2}^{(k)} - x_h^{(k)} \right) \quad (2.122)$$

где $\alpha > 0$ – коэффициент отражения; $x_{n+2}^{(k)}$ – центр тяжести; $x_h^{(k)}$ – вершина, в которой функция $f(x)$ принимает наибольшее из $n+1$ значений на k -м этапе.

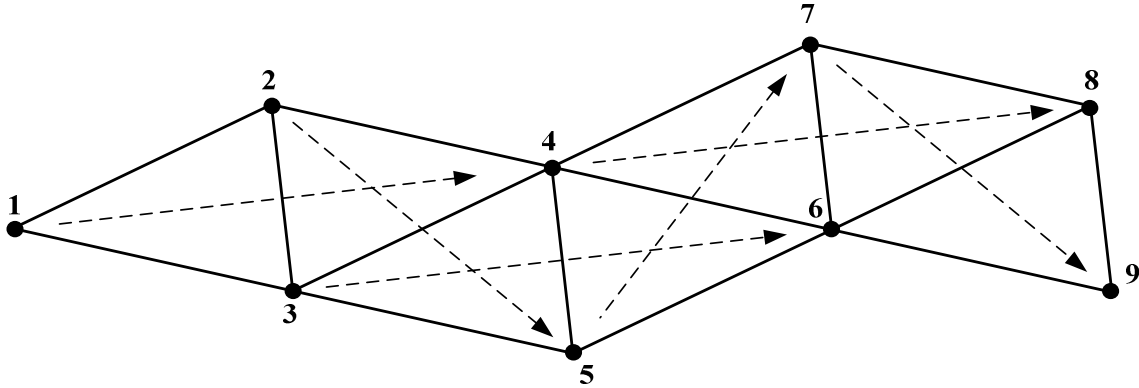


Рисунок 2.17 – Симплексный метод

2. *Растяжение.* Эта операция состоит в следующем: если $f(x_{n+3}^{(k)}) \leq f(x_l^{(k)})$, то вектор $(x_{n+3}^{(k)} - x_{n+2}^{(k)})$ растягивается соответственно соотношению:

$$x_{n+4}^{(k)} = x_{n+2}^{(k)} + \gamma (x_{n+3}^{(k)} - x_{n+2}^{(k)}), \quad (2.123)$$

где $\gamma > 1$ – коэффициент растяжения.

Если $f(x_{n+4}^{(k)}) < f(x_l^{(k)})$, то $x_h^{(k)}$ заменяется на $x_{n+4}^{(k)}$ и процедура продолжается снова с операции 1 при $k = k+1$. В случае если $f(x_{n+4}^{(k)}) > f(x_l^{(k)})$, то $x_h^{(k)}$ заменяется на $x_{n+3}^{(k)}$ и также осуществляется переход к операции 1 при $k=k+1$.

3. *Сжатие.* Если $f(x_{n+3}^{(k)}) > f(x_i^{(k)})$ для всех $i \neq h$, то вектор $(x_h^{(k)} - x_{n+2}^{(k)})$ сжимается в соответствии с выражением:

$$x_{n+5}^{(k)} = x_{n+2}^{(k)} + \beta (x_h^{(k)} - x_{n+2}^{(k)}), \quad (2.124)$$

где $0 < \beta < 1$ – коэффициент сжатия.

Далее $x_h^{(k)}$ заменяется на $x_{n+5}^{(k)}$ и осуществляется переход к операции 1 для продолжения поиска на $(k+1)$ -м шаге.

4. *Редукция.* Если $f(x_{n+3}^{(k)}) > f(x_h^{(k)})$, все векторы $(x_i^{(k)} - x_l^{(k)})$, $i = 1, \dots, n+1$ уменьшаются в 2 раза с отчетом от $x_l^{(k)}$ в соответствии с выражением

$$x_i^{(k)} = x_l^{(k)} + 0,5(x_i^{(k)} - x_l^{(k)}), \quad i = 1, \dots, n+1. \quad (2.125)$$

После чего происходит переход к операции 1 для продолжения поиска на $(k+1)$ -м шаге.

Критерий окончания поиска, используемый Нелдером и Мидом, состоит в проверке условия:

$$\left\{ \frac{1}{n+1} \sum_{i=1}^{n+1} [f(x_i^{(k)}) - f(x_{n+2}^{(k)})]^2 \right\}^{\frac{1}{2}} \leq \varepsilon, \quad (2.126)$$

где ε – достаточно малое положительное число, а $f(x_{n+2}^{(k)})$ – значение целевой функции в центре тяжести $x_{n+2}^{(k)}$.

Метод Нелдера – Мида дает сильное уменьшение значения функции уже при первых нескольких итерациях и быстро достигает необходимой точности. Как правило, алгоритм производит одно или два вычисления функции на каждой итерации, если не учитывать сжатие, которое редко используется на практике. Это крайне важно в тех ситуациях, когда вычисление значений функции очень дорого или же требует много времени.

Для расчета значений граничных концентраций газов необходимо задаться параметрами законов распределения газов в бездефектных трансформаторах и трансформаторах с развивающимися дефектами. Кроме того, необходимо обосновать значения стоимостей ошибочных решений и вероятностей исправного и неисправного состояний. Параметры законов распределений концентраций газов для бездефектных трансформаторов [9] необходимо задавать с учетом конструктивных особенностей трансформаторов, срока и условий эксплуатации, сорта трансформаторного масла, класса точности хроматографа и других факторов. В качестве примера для расчета использовались значения параметров масштаба и формы распре-

ления Вейбулла, полученные для трансформаторов напряжением 110 кВ типа ТДТН, введенных в эксплуатацию в 1985 г., залитых маслом Т-1500. Для нагрузки данных трансформаторов характерно преобладание промышленных потребителей (металлургические, машиностроительные предприятия и угольные шахты). Данные трансформаторы имеют негерметичное исполнение, что обуславливает некоторые особенности их газосодержания [8, 20]. В частности повышенное содержание по сравнению с герметичным оборудованием этилена и метана, низкое содержание этана и водорода, что отражают значения параметров законов распределения, которые приведены в табл. 2.10.

В качестве параметров законов распределений для трансформаторов с развивающимися дефектами использовались параметры распределений тех газов, которые являются ключевыми для данного типа дефекта (например этилен – высокотемпературный перегрев свыше 700 °С, водород – частичные разряды, ацетилен – разряды большой энергии, метан и этан – перегревы в диапазоне низких и средних температур). Значения этих параметров приведены в табл. 2.10.

Таблица 2.10 – Значения параметров законов распределений для концентраций газов, растворенных в масле дефектных и бездефектных трансформаторов

Газ	Состояние трансформаторов			
	Нормальное		Дефектное	
	α	β	α	β
CH₄	0,005557	4,859278	0,041635	2,194290
C₂H₄	0,006426	5,225124	0,065647	2,115252
C₂H₆	0,002348	1,809682	0,030929	2,421890
C₂H₂	0,000184	1,769949	0,019442	1,761373
H₂	0,001829	1,616357	0,055464	2,503356

Вероятность возникновения дефектного состояния будет зависеть от срока службы трансформаторов и от условий их эксплуатации, а также от особенностей конструктивного исполнения, изготовления и монтажа. На рис. 2.18 приведена зависимость удельной повреждаемости высоковольтных силовых трансформаторов от длительности эксплуатации [21]. Как видно из рисунка, удельная повреждаемость трансформаторов меняется с

увеличением продолжительности эксплуатации, при этом период износовых отказов наступает приблизительно на участке 35–40 лет.

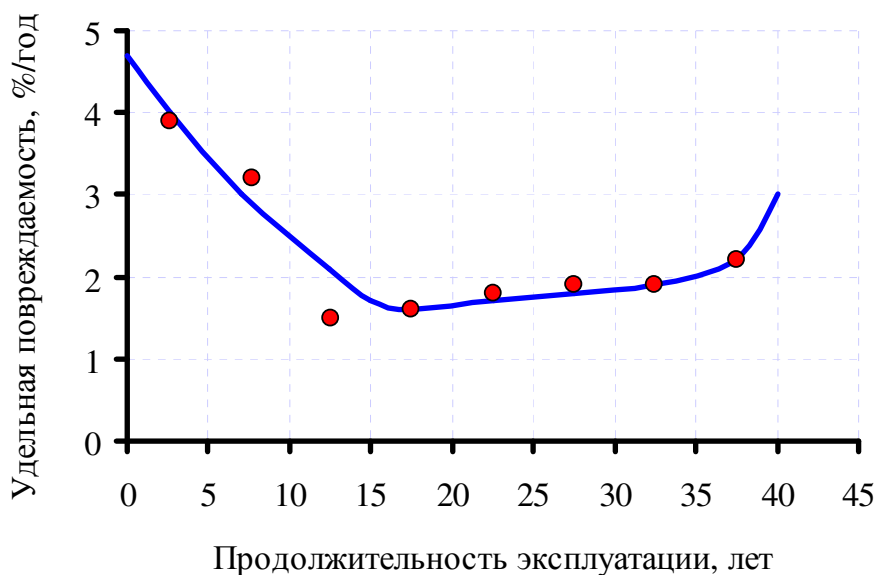


Рисунок 2.18 – Зависимость удельной повреждаемости высоковольтных силовых трансформаторов от длительности эксплуатации

Кроме того, на вероятность возникновения дефектного состояния большое влияние будут оказывать конструктивные особенности исполнения трансформаторов, дефекты конструкции и изготовления, недостатки эксплуатации и т.д. Значительное влияние на вероятность возникновения дефектного состояния оказывают условия, в которых эксплуатируются трансформаторы. Например, средняя нагрузка трансформаторов, температурный режим, частота возникновения и величина токов короткого замыкания, частота и кратность атмосферных и коммутационных перенапряжений и др. Рассмотрим наихудший сценарий: примем, что значение вероятности возникновения дефектного состояния равно 5 % (или 0,05 у.е.). Соответственно, вероятность бездефектного состояния $P_1 = 1 - P_2 = 0,95$ у.е.

Значения цен ошибочных решений будут также варьироваться в широких пределах. Так, цена пропуска дефекта будет зависеть от типа дефекта и его последствий для трансформатора, например, дефекты, приводящие к внутреннему короткому замыканию, и дефекты, связанные с нарушением герметичности устройства РПН. Цена ложной тревоги во многом будет определяться квалификацией оперативного персонала и тем решением, ко-

торое будет принято при превышении концентрациями граничных значений: повторный анализ, проведение ремонтных работ или вывод трансформатора из эксплуатации и его замена. С учетом соображений, приведенных в [18], будем считать, что цена пропуска дефекта в 10 000 раз превышает цену ложной тревоги.

Используя алгоритм Нелдера – Мида, были рассчитаны граничные значения концентраций газов, для заданных вероятностей бездефектного и дефектного состояний и отношений цен ошибочных решений, для распределений с параметрами из табл. 2.10. Полученные значения концентраций, обеспечивающие минимум риска, приведены в табл. 2.11.

Таблица 2.11 – Граничные концентрации газов, обеспечивающие минимум риска

Растворенные в масле газы				
CH_4	C_2H_4	C_2H_2	C_2H_6	H_2
0,00950	0,0106	0,00077	0,0094	0,0086

На рис. 2.19 приведены плотности теоретических распределений концентраций метана для бездефектных трансформаторов D_1 и трансформаторов с развивающимися дефектами D_2 , граничные значения уровней концентраций газов, которые рекомендованы в [7], и граничное значение, обеспечивающее минимум риска. Как видно из рисунка, полученные граничные значения концентраций газов, обеспечивающие минимальные значения рисков, при заданных ценах ошибок и значениях вероятностей состояний находятся между значениями математических ожиданий газов для бездефектного и дефектного состояний. Сравнивая полученные значения из табл. 2.11 со значениями концентраций газов, рекомендованных в действующем нормативном документе, следует отметить, что для большинства газов значения концентраций не превышают верхней границы уровня II, и только граничная концентрация этилена соответствует уровню III.

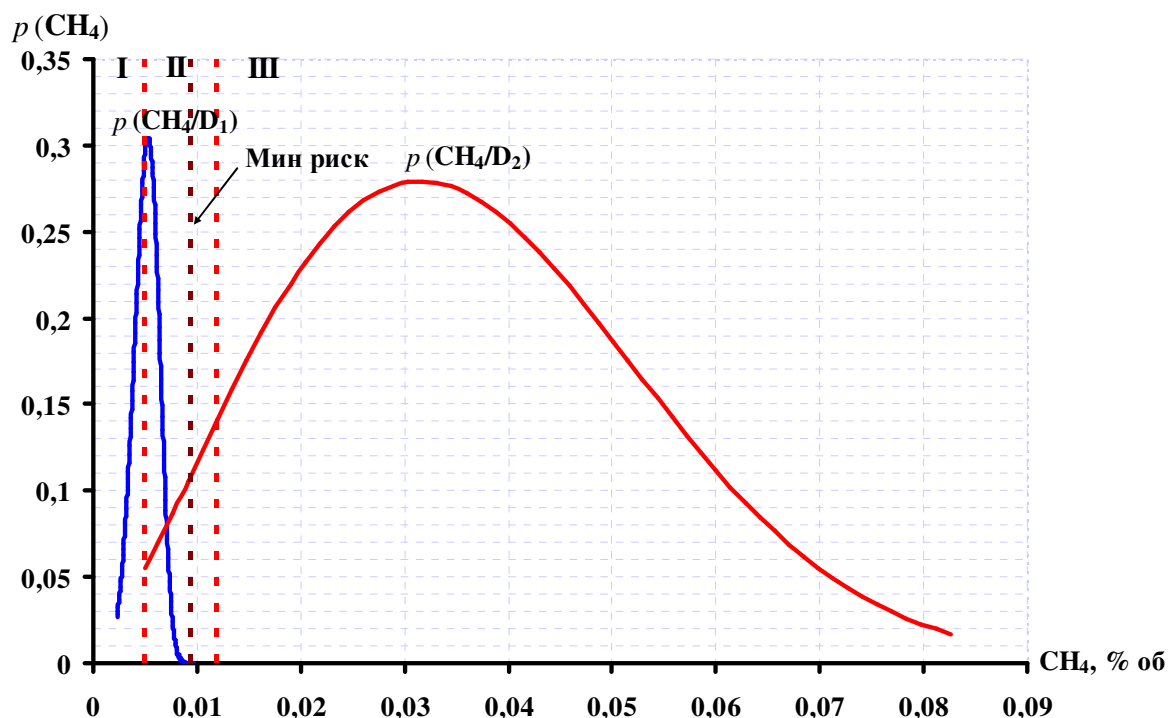


Рисунок 2.19 – Плотности теоретических распределений концентраций метана для бездефектных трансформаторов D_1 и трансформаторов с развивающимися дефектами D_2 , граничные значения уровней концентраций газов, которые рекомендованы в СОУ-Н ЕЕ 46.501:2006 и граничное значение обеспечивающее минимум риска: I, II, III – уровни концентраций газов, регламентируемые в СОУ-Н ЕЕ 46.501:2006; Мин. риск – граничные значения концентраций газов, обеспечивающие минимум риска

2.7.5. Сравнительный анализ средних рисков, возникающих при использовании граничных значений концентраций растворенных в масле газов для обнаружения дефектов в высоковольтных трансформаторах негерметичного исполнения

Поскольку полученные значения граничных концентраций газов только минимизируют значение возможного риска, но не устраняют его полностью, то представляет интерес сравнение значений среднего риска, который сопровождается использованием полученных граничных концентраций с рисками, которые сопровождаются использованием граничных (типичных) концентраций газов, рекомендуемых известными методиками по интерпретации результатов ХАРГ. Для сравнения использовались типичные и граничные концентрации, рекомендованные для интерпретации результатов ХАРГ наиболее известными методиками, которые приведены в

международных, национальных и ведомственных стандартах, а также в открытых литературных источниках. Эти значения с указанием литературных источников приведены в табл. 2.12

Таблица 2.12 – Значения концентраций растворенных в масле газов, рекомендуемые наиболее известными методиками по интерпретации результатов ХАРГ

Методика	Концентрации растворенных в масле газов, % об.				
	H ₂	CH ₄	C ₂ H ₆	C ₂ H ₄	C ₂ H ₂
IEC 60599, [22]	0,006	0,004	0,005	0,006	0,0003
	0,015	0,011	0,009	0,028	0,005
IEEE Std C57.104 [23]	0,01	0,012	0,0065	0,005	0,0035
	0,077	0,04	0,01	0,01	0,005
	0,18	0,18	0,015	0,02	0,008
	0,1801	0,1	0,0151	0,0201	0,0081
СОУ-Н ЕЕ 46.501:2006 (Украина) [7]	0,01	0,005	0,005	0,0015	0,00005
	0,015	0,012	0,01	0,01	0,001
РД 153.34.0-46.302- 00 (Россия) [25]	0,01	0,01	0,005	0,01	0,001
<i>Energopomiar</i> (Польша) [26]	0,05	0,02	0,017	0,026	0,007
Методика Дюваля [27]	0,01	0,0075	0,0075	0,0075	0,0003
Методика Дорненбурга [28]	0,02	0,005	0,0035	0,008	0,0005
<i>EDF</i> , (Франция) [28]	0,013	0,013	0,015	0,0044	0,00004
<i>BBC</i> , (Швейцария) [28]	0,02	0,005	0,0015	0,006	0,0015
<i>OY STROMBERG</i> (Финляндия) [28]	0,01	0,01	0,015	0,01	0,003
HYDRO QUEBEC (Канада) [28]	0,025	0,0033	0,0015	0,004	0,0025
<i>SECR</i> (Япония) [28]	0,04	0,015	0,015	0,02	0,00005
<i>California state university</i> (США) [24]	0,015	0,0025	0,001	0,002	0,0015
	0,1	0,008	0,0035	0,01	0,007
<i>Northern Technology & Testing</i> (США) [24]	0,15	0,008	0,0035	0,015	0,0007
<i>MSZ-09-00.0352</i> (Малайзия) [29]	0,016	0,006	0,006	0,006	0,0004

В методике IEC 60599 [22] указан ограниченный нижним и верхним уровнями диапазон значений концентраций газов, называемых типичными. Для случаев, когда концентрации газов превышают эти типичные значения, данная методика (как, впрочем, и большинство других) рекомендует применять критерий скорости нарастания и отношения пар газов с целью определения опасности, вида (характера) дефекта и корректировки периодичности отбора проб на ХАРГ. Типичными названы также значения концентраций газов, приведенные в методике *IEEE. Std C57.104* [23]. Они имеют четыре уровня: первый соответствует бездефектному состоянию, остальные – различной степени дефектности. В методике СОУ-Н ЕЕ 46.501:2006 [7] критерии заданы в виде диапазонов значений концентраций растворенных в масле газов. В отличие от методики *IEC 60599* эти концентрации газов называются граничными и имеют три уровня: 1-й уровень – наличие дефектов не предполагается; при превышении нижней границы диапазона концентраций газов, соответствующих уровню 2, определяется скорость нарастания газов (дефект считается «присутствующим», если эта скорость превышает 30 мл/сутки); 3-й уровень (превышение верхней границы уровня 2) – прогнозируется наличие дефекта без учета скорости нарастания концентраций газов. Граничные значения, рекомендуемые *California state university* (США) [24], также заданы в виде двух уровней, соответствующие исправному состоянию (нижний уровень) и дефектному состоянию (верхний уровень). В остальных методиках граничные (типичные) значения концентраций заданы в виде одного уровня.

На первом этапе анализа была выполнена оценка значений вероятностей правильных и ошибочных решений, которые имеют место при использовании граничных концентраций из табл. 2.12. Значения вероятностей ошибок I и II рода и вероятностей правильных решений для концентраций газов из табл. 2.12 для приведенных распределений, полученные в результате численного интегрирования, приведены в табл. 2.13. Для удобства анализа результаты расчета были ранжированы по мере увеличения вероятности принятия правильного решения при диагностике бездефектных трансформаторов (P_{11}). Сопоставив значения граничных концентраций из табл. 2.12 со значениями вероятностей ошибочных решений, можно увидеть, что увеличение граничных значений приводит к снижению вероятно-

сти ошибки I рода, а также к увеличению вероятности ошибки II рода, и наоборот.

Таблица 2.13 – Значения вероятностей ошибок I и II рода и вероятностей правильных решений для анализируемых методик

Методика	Значения вероятностей, о.е.			
	P_{11}	P_{21}	P_{22}	P_{12}
<i>SECR</i> (Япония)	$4,80 \cdot 10^{-10}$	$9,9999 \cdot 10^{-1}$	$9,99999 \cdot 10^{-1}$	$1,499 \cdot 10^{-14}$
<i>California state university</i> (США) ¹	$8,797 \cdot 10^{-6}$	$9,9999 \cdot 10^{-1}$	$9,99999 \cdot 10^{-1}$	$5,543 \cdot 10^{-12}$
СОУ-Н ЕЕ 46.501:2006 (Украина) ¹	$2,091 \cdot 10^{-5}$	$9,9999 \cdot 10^{-1}$	$9,99999 \cdot 10^{-1}$	$8,343 \cdot 10^{-13}$
<i>HYDRO QUEBEC</i> (Канада)	$2,208 \cdot 10^{-3}$	$9,978 \cdot 10^{-1}$	$9,99999 \cdot 10^{-1}$	$6,780 \cdot 10^{-10}$
<i>EDF</i> (Франция)	$8,381 \cdot 10^{-3}$	$9,916 \cdot 10^{-1}$	$9,99999 \cdot 10^{-1}$	$1,092 \cdot 10^{-9}$
<i>MSZ-09-00.0352</i> (Малайзия)	$7,257 \cdot 10^{-2}$	$9,274 \cdot 10^{-1}$	$9,99999 \cdot 10^{-1}$	$5,700 \cdot 10^{-11}$
<i>BBC</i> (Швейцария)	$8,126 \cdot 10^{-2}$	$9,187 \cdot 10^{-1}$	$9,99999 \cdot 10^{-1}$	$1,384 \cdot 10^{-9}$
<i>IEC 60599</i> ¹	$8,183 \cdot 10^{-2}$	$9,182 \cdot 10^{-1}$	$9,99999 \cdot 10^{-1}$	$6,200 \cdot 10^{-11}$
Методика Дюваля	$2,006 \cdot 10^{-1}$	$7,994 \cdot 10^{-1}$	$9,99999 \cdot 10^{-1}$	$3,682 \cdot 10^{-9}$
<i>IEEE Std C57.104</i> (США) ¹	$2,358 \cdot 10^{-1}$	$7,642 \cdot 10^{-1}$	$9,99999 \cdot 10^{-1}$	$7,873 \cdot 10^{-8}$
<i>California state university</i> (США) ²	$8,700 \cdot 10^{-1}$	$1,300 \cdot 10^{-1}$	$9,99997 \cdot 10^{-1}$	$2,461 \cdot 10^{-6}$
Методика Дорненбурга	$3,749 \cdot 10^{-1}$	$6,251 \cdot 10^{-1}$	$9,99999 \cdot 10^{-1}$	$3,671 \cdot 10^{-9}$
<i>Northern Technology & Testing</i> (США)	$8,700 \cdot 10^{-1}$	$1,300 \cdot 10^{-1}$	$9,9999 \cdot 10^{-1}$	$8,848 \cdot 10^{-7}$
РД 153.34.0-46.302- 00 (Россия)	$9,803 \cdot 10^{-1}$	$1,974 \cdot 10^{-2}$	$9,99999 \cdot 10^{-1}$	$3,464 \cdot 10^{-8}$
СОУ-Н ЕЕ 46.501:2006 (Украина) ²	$9,999 \cdot 10^{-1}$	$4,289 \cdot 10^{-5}$	$9,99999 \cdot 10^{-1}$	$7,278 \cdot 10^{-7}$
<i>IEEE Std C57.104</i> (США) ²	$9,999 \cdot 10^{-1}$	$4,289 \cdot 10^{-5}$	$9,994 \cdot 10^{-1}$	$6,228 \cdot 10^{-4}$
<i>OY STROMBERG</i> (Финляндия)	$9,999 \cdot 10^{-1}$	$4,204 \cdot 10^{-5}$	$9,99998 \cdot 10^{-1}$	$1,517 \cdot 10^{-6}$
Метод минимального риска	$9,999 \cdot 10^{-1}$	$1,424 \cdot 10^{-5}$	$9,99999 \cdot 10^{-1}$	$7,440 \cdot 10^{-8}$
IEC 60599 ²	$9,999 \cdot 10^{-1}$	$1,146 \cdot 10^{-5}$	$9,9995 \cdot 10^{-1}$	$1,447 \cdot 10^{-5}$
<i>IEEE Std C57.104</i> (США) ³	$9,999 \cdot 10^{-1}$	$3,518 \cdot 10^{-13}$	$9,876 \cdot 10^{-1}$	$1,237 \cdot 10^{-2}$
<i>IEEE Std C57.104</i> (США) ⁴	$9,999 \cdot 10^{-1}$	$2,486 \cdot 10^{-13}$	$9,873 \cdot 10^{-1}$	$1,267 \cdot 10^{-2}$
<i>Energopotiar</i> (Польша)	$9,999 \cdot 10^{-1}$	$6,040 \cdot 10^{-17}$	$9,973 \cdot 10^{-1}$	$2,682 \cdot 10^{-3}$

Примечание. Верхний индекс после названия методики обозначает уровень концентраций газов, для которого получены значения вероятностей правильных и ошибочных решений.

Как видно из табл. 2.13, значения вероятностей ошибочных и правильных решений отличны для разных методик. Максимальное значение вероятности принятия правильного решения для бездефектных трансформаторов (и, как следствие, минимальное значение ошибки I рода) обеспечивают граничные значения, регламентируемые польской методикой *Energopomiar* [26]. В то же время крайне низкие значения вероятности ошибки I рода для методики *Energopomiar* сопровождаются относительно высоким значением вероятности ошибки II рода и, соответственно, невысоким значением вероятности принятия правильного решения при диагностике трансформаторов с развивающимися дефектами.

Наименьшие значения вероятности принятия правильного решения при диагностике бездефектных трансформаторов обеспечивают граничные значения концентраций газов, которые рекомендует методика *SECR* (Япония) [28]. Эти же граничные значения обеспечивают максимальное значение вероятности принятия правильного решения при диагностике трансформаторов с развивающимися дефектами (P_{22}) и, как следствие, минимальное значение вероятности ошибки II рода. Граничные значения, полученные по критерию минимума риска, обеспечивают пятое по величине значение вероятности принятия правильного решения при диагностике бездефектных трансформаторов и одиннадцатое по величине значение вероятности принятия правильного решения при диагностике трансформаторов с развивающимися дефектами. При этом вероятности ошибочных решений P_{21} и P_{12} имеют промежуточные значения по сравнению с аналогичными вероятностями, которые обеспечивают граничные концентрации газов из сравниваемых методик.

Таким образом, метод минимального риска обеспечивает промежуточные по величине значения вероятностей правильных и ошибочных решений.

Далее были рассчитаны значения среднего риска, который сопровождается использованием граничных значений концентраций газов из 15-ти приведенных методик (табл. 2.12), а также граничных значений, рассчитанных методом минимального риска (табл. 2.11). Значения рисков приведены в табл. 2.14, и для удобства анализа ранжированы по убыванию. Как видно из табл. 2.14 максимальное значение риска получено для граничных значений, которые соответствуют четвертому и третьему уровням стандар-

та *IEEE Std C57.104*. Наименьшее значение риска для принятых параметров расчета обеспечивают граничные значения, полученные методом минимума риска.

Таблица 2.14 – Значения средних рисков при использовании граничных концентраций растворенных в масле газов, рекомендуемых в исследуемых методиках

Методика	<i>R</i>
<i>IEEE Std C57.104</i> (США) ⁴	6,335
<i>IEEE Std C57.104</i> (США) ³	6,186
<i>Energopomiar</i> (Польша)	1,340
<i>SECR</i> (Япония)	0,950
<i>California state university</i> (США) ¹	0,949
СОУ-Н ЕЕ 46.501:2006 (Украина) ¹	0,949
<i>HYDRO QUEBEC</i> (Канада)	0,947
<i>EDF</i> (Франция)	0,942
<i>MSZ-09-00.0352</i> (Малайзия)	0,881
<i>BBC</i> (Швейцария)	0,873
<i>IEC 60599</i> ¹	0,872
<i>IEEE Std C57.104</i> (США) ¹	0,726
Методика Дорненбурга	0,593
<i>IEEE Std C57.104</i> (США) ²	0,311
Методика Дюваля	0,190
<i>California state university</i> (США) ²	0,125
<i>Northern Technology & Testing</i> (США)	0,124
РД 153.34.0-46.302- 00 (Россия)	0,0188
<i>IEC 60599</i> ²	0,00724
<i>OY STROMBERG</i> (Финляндия)	0,000798
СОУ-Н ЕЕ 46.501:2006 (Украина) ²	0,000405
Метод минимального риска	0,0000507

Примечание. Верхний индекс после названия методики обозначает уровень концентраций газов, для которого получены значения среднего риска.

Минимальное значение риска практически в 8 раз меньше, чем минимальное значение риска, обеспечиваемое граничными значениями из стандартных методик (в данном случае это граничные значения уровня 2 из методики СОУ-Н ЕЕ 46.501:2006, Украина) и в 124 950,69 раз меньше мак-

симального значения риска, который сопровождается использованием граничных значений, соответствующих 4-му уровню стандарта IEEE Std C57.104. Остальные методики дают промежуточные значения величины среднего риска.

2.7.6. Обоснование необходимости учета условий эксплуатации трансформаторов при определении граничных значений концентраций газов

Полученные значения граничных концентраций являются «точечными», поскольку обеспечивают минимум риска только для заданных значений цен ошибочных решений, вероятностей состояний и параметров законов распределений. На практике и значения вероятностей диагнозов, и значения цен ошибочных решений, и значения параметров распределений могут изменяться в широких пределах. Приведенные в работе [30] результаты показывают, что при изменении хотя бы одного из перечисленных параметров значение среднего риска изменяется, а следовательно, будут изменяться и граничные значения концентраций газов, обеспечивающих его минимум. В связи с этим представляет непосредственный интерес выполнение анализа влияния этих параметров на значения граничных концентраций газов. Такой анализ позволит наглядно продемонстрировать необходимость корректировки граничных концентраций газов с учетом влияния эксплуатационных факторов.

При выполнении данного анализа в качестве параметров законов распределения, были использованы значения, приведенные в табл. 2.10. Считая, что $P_1 = 1 - P_2$, и задаваясь вместо значений цен ошибочных решений значениями их отношений $C = C_{12}/C_{21}$ (отношение цены ошибки II рода к цене ошибки I рода), и принимая, что $C_{21} = 1$, были рассчитаны граничные значения концентраций газов для различных значений вероятности появления дефекта. На рис. 2.20 в качестве примера приведены зависимости граничных концентраций этилена, которые обеспечивают минимум среднего риска от вероятности возникновения дефектного состояния при различных значениях отношений цен ошибочных решений.

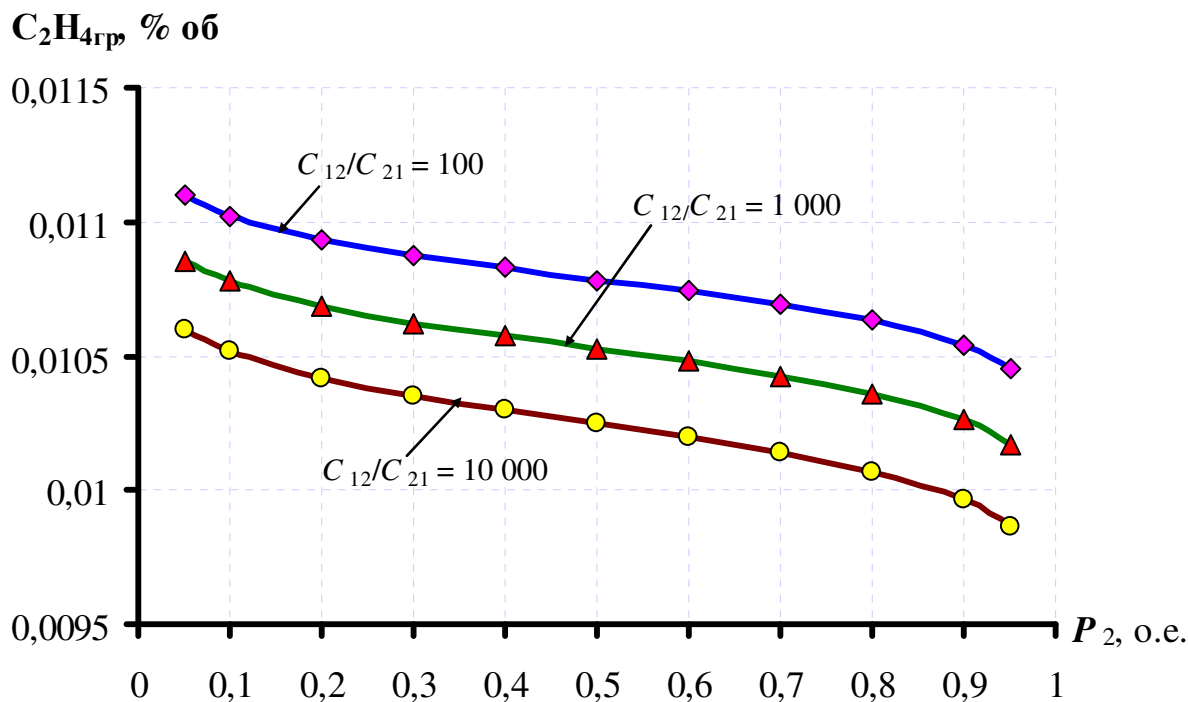


Рисунок 2.20 – Зависимость граничных концентраций этилена, обеспечивающих минимум риска от вероятности возникновения дефектного состояния при различных значениях цен ошибочных решений

Как видно из рис. 2.20, с возрастанием вероятности появления дефекта граничные значения снижаются, при этом полученные зависимости являются нелинейными. Наибольшее снижение граничных концентраций наблюдается в области очень малых и очень больших значений вероятностей дефектного состояния. В середине интервала граничные значения снижаются практически линейно. С возрастанием цены ошибки II рода по отношению к цене ошибки I рода зависимости смещаются в область более низких значений граничных концентраций.

Далее исследовались зависимости значений граничных концентраций от отношения стоимостей ошибочных решений. Для этого, задавшись фиксированными значениями вероятности ошибки II рода и считая, что $P_1 = 1 - P_2$, были построены зависимости граничных концентраций газов от значений отношений цен ошибочных решений. Данные зависимости для граничных концентраций этилена приведены на рис. 2.21, из которого видно, что при увеличении отношения цены ошибки II рода к цене ошибки I рода значения граничных концентраций газов снижаются. С возрастанием вероятности возникновения дефекта зависимости смещаются в область более низких значений граничных концентраций.

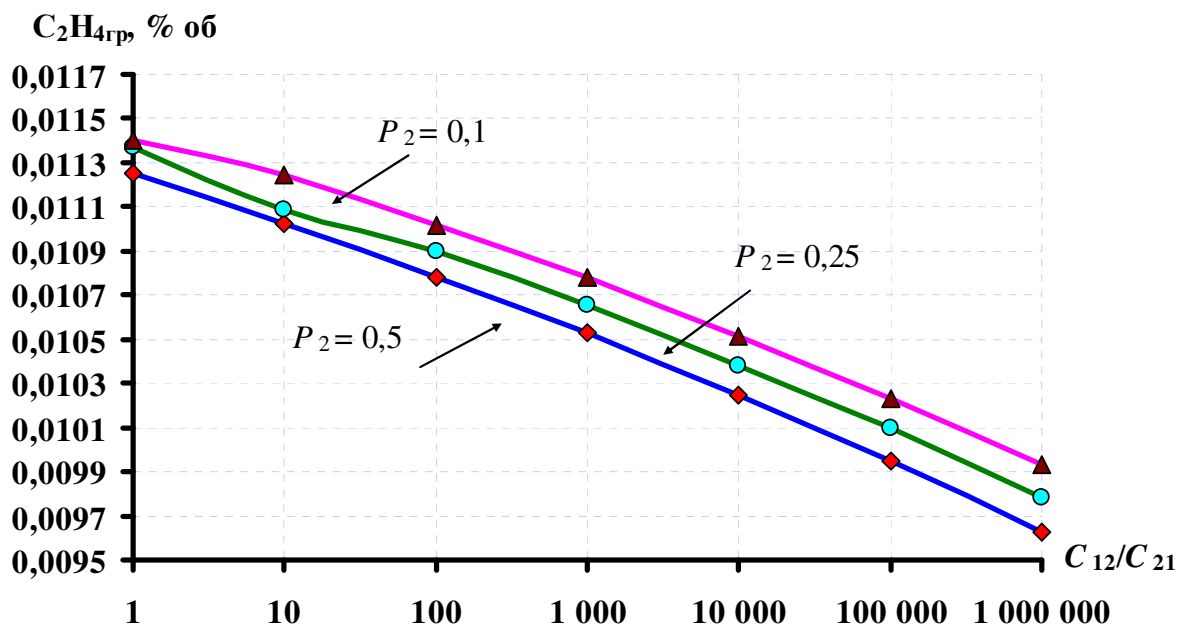


Рисунок 2.21 – Зависимость граничных концентраций этилена, обеспечивающих минимум риска от отношений стоимостей ошибочных решений при различных значениях вероятностей возникновения дефекта.

Граничные значения концентраций газов, обеспечивающих минимум среднего риска, в зависимости от рассматриваемых факторов располагаются на поверхности. Зависимость значений граничных концентраций этилена от вероятности возникновения дефекта и отношений ошибочных решений в области наиболее вероятных значений дефектного состояния трансформаторов приведена на рис. 2.22.

Таким образом, даже для одних и тех же параметров законов распределений граничные значения концентраций газов, обеспечивающие минимум среднего риска, не являются постоянными и зависят от вероятностей дефектного и бездефектного состояний и отношений цен ошибочных решений.

Для оценки влияния параметров масштаба и параметров формы на граничные значения концентраций газов граничные значения рассчитывались при варьировании параметров закона распределения только одного из газов для бездефектного состояния трансформаторов. Значения параметров распределения всех газов для трансформаторов с развивающимися дефектами и четырех газов для исправного состояния находились на фиксированном уровне.

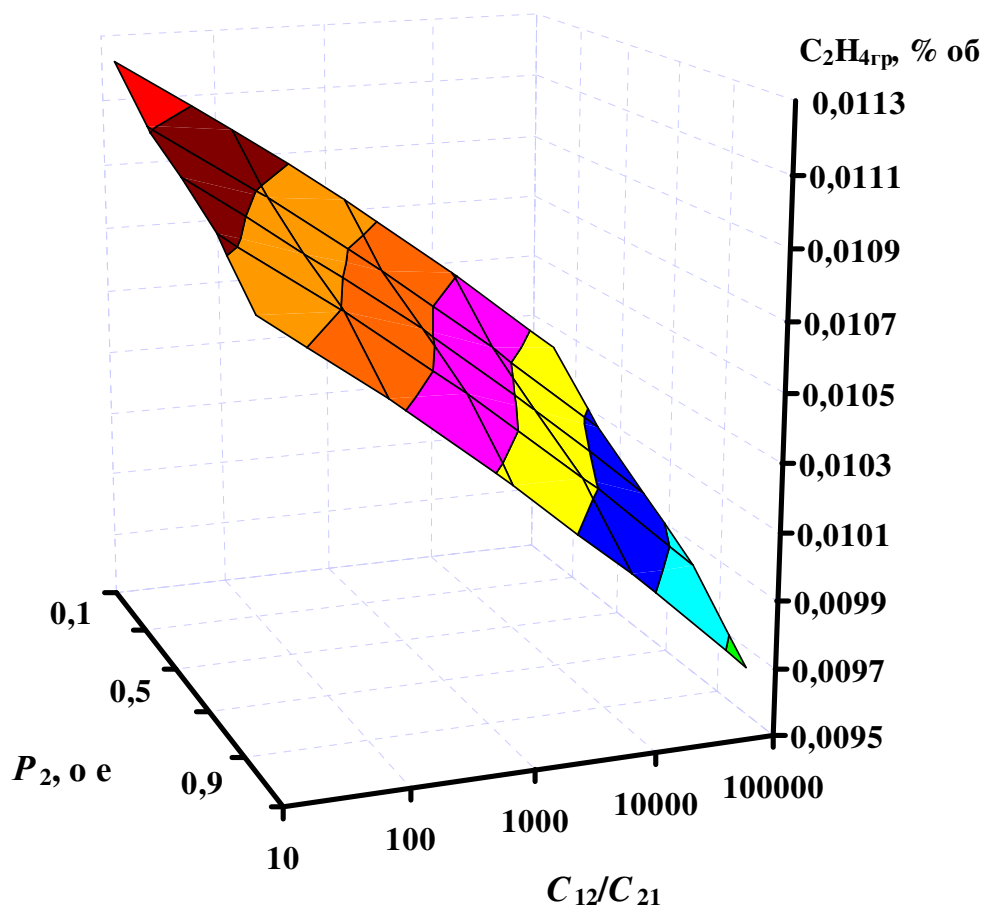


Рисунок 2.22 – Зависимость граничных концентраций этилена, которые обеспечивают минимум среднего риска, от вероятности появления дефектного состояния и отношений стоимостей ошибочных решений

Несмотря на то что для расчета использовались только параметры законов распределения, рассчитанные для реальных трансформаторов, полученные результаты носят скорее «качественный» характер, т.е. позволяют охарактеризовать тенденции к изменению граничных значений концентраций газов, а не их численные значения. Это обусловлено тем, что значения концентраций газов [9, 14], а следовательно, и значения параметров законов распределения связаны с особенностями конструктивного исполнения трансформаторов, сроком и условиями их эксплуатации, сортом масел и т.д. Поэтому изменение значения параметров распределения для одного газа должно сопровождаться изменением значений параметров распределений для остальных газов, иначе общее распределение не будет связано с реальными условиями эксплуатации.

Расчет граничных значений выполнялся для $P_2 = 0,05$ о.е., $P_1 = 0,95$ о.е. и соотношения цен ошибочных решений $C = C_{12}/C_{21} = 10\,000$

для параметров распределений, приведенных в табл. 2.10. В качестве примера в табл. 2.15 приведены граничные значения концентраций растворенных в масле газов, обеспечивающие минимум среднего риска, полученные для разных значений параметров распределения концентраций метана в бездефектных трансформаторах. Там же приведены значения риска, полученного для этих граничных значений.

Таблица 2.15 – Граничные значения концентраций растворенных в масле газов, обеспечивающие минимум среднего риска, полученные для разных значений параметров распределения концентраций метана в бездефектных трансформаторах

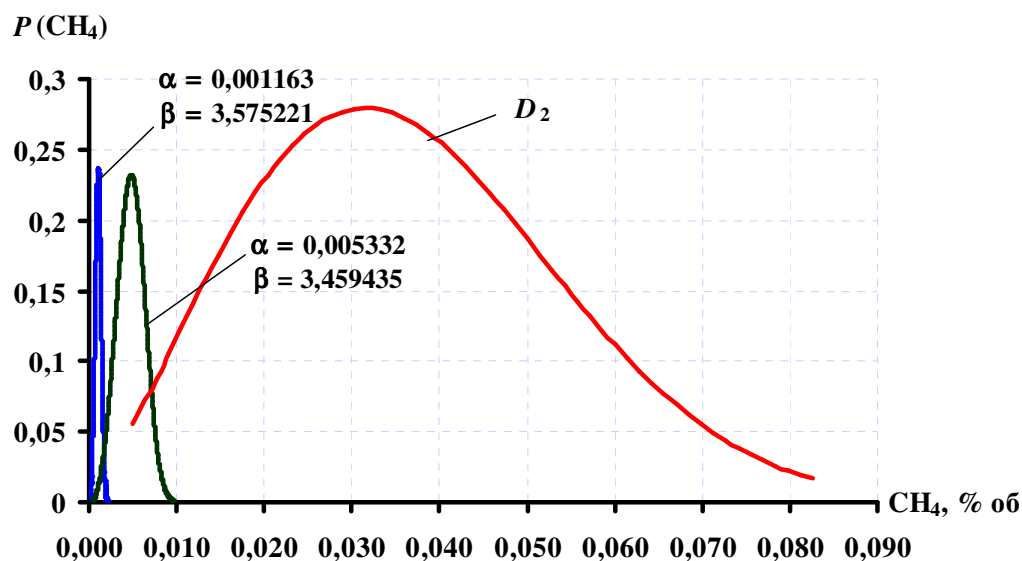
№ п/п	Параметры распределения Вейбулла		Граничные значения концентраций газов, обеспечивающие минимум риска, % об					Риск
	α	β	H_2	CH_4	C_2H_6	C_2H_4	C_2H_2	
1	0,001163	3,5752	0,00960	0,00250	0,01032	0,01091	0,00087	$5,505 \cdot 10^{-6}$
2	0,001989	1,5422	0,00856	0,01010	0,00940	0,01058	0,00077	$5,914 \cdot 10^{-5}$
3	0,00231	2,8116	0,00896	0,00587	0,00976	0,01072	0,00081	$2,344 \cdot 10^{-5}$
4	0,002588	1,4540	0,00832	0,01400	0,00917	0,01050	0,00075	$9,993 \cdot 10^{-5}$
5	0,002627	2,4058	0,00877	0,00767	0,00959	0,01065	0,00079	$3,673 \cdot 10^{-5}$
6	0,00388	3,1072	0,00865	0,00890	0,00949	0,01062	0,00078	$4,629 \cdot 10^{-5}$
7	0,004092	1,3684	0,00795	0,02339	0,00881	0,01038	0,00073	$2,137 \cdot 10^{-4}$
8	0,004098	2,9345	0,00858	0,00982	0,00942	0,01059	0,00078	$5,436 \cdot 10^{-5}$
9	0,00443	2,3582	0,00838	0,01284	0,00922	0,01053	0,00076	$8,434 \cdot 10^{-5}$
10	0,00533	3,4594	0,00848	0,01118	0,00933	0,01056	0,00077	$6,652 \cdot 10^{-5}$
11	0,00555	4,8592	0,0086	0,0095	0,00940	0,01060	0,00077	$5,073 \cdot 10^{-5}$
12	0,00698	4,4725	0,0084	0,0124	0,00926	0,01240	0,00076	$7,775 \cdot 10^{-5}$

Анализируя данные табл. 2.15, легко увидеть, что изменение значений параметров распределения даже для одного газа приводит к изменению граничных значений, обеспечивающих минимум риска для всех остальных газов, а также к изменению самого значения риска. Как видно из табл. 2.15, при близких значениях коэффициента формы (например, распределения 1, 6, 10) возрастание значений коэффициента масштаба одного из газов приводит к увеличению значения граничной концентрации данного газа и к незначительному снижению значений граничных концентраций остальных газов. Значения параметра формы также оказывают значимое влияние на

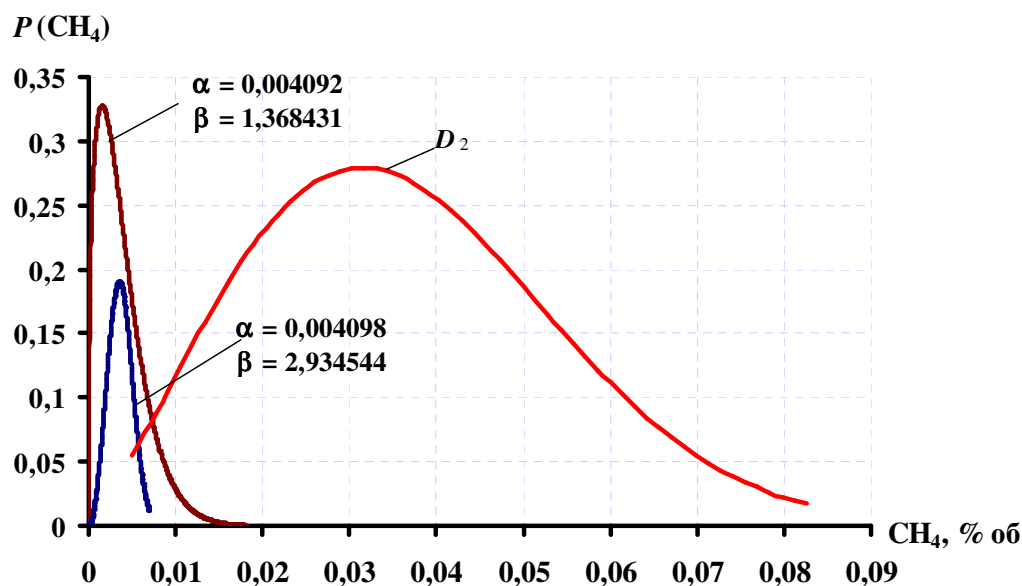
значения граничных концентраций газов при близких значениях параметров масштаба (например, распределения 7, 8), граничные значения концентраций метана резко возрастают при значениях параметра формы, близких к 1. Следует отметить, что распределения 2, 4 и 7 получены по результатам ХАРГ бездефектных трансформаторов разного типа и года выпуска, но залитых маслом марки ГК. В то же время при более высоких значениях параметра масштаба и при значениях параметров формы больше двух (например, распределения 10–12) граничные концентрации метана имеют меньшие значения.

Для объяснения полученных результатов на рис. 2.23 приведены функции плотности распределений концентраций метана для трансформатора с развивающимися дефектами (D_2) и бездефектных трансформаторов с разными параметрами масштаба и формы. Как видно из рис. 2.23, *а* увеличение значения параметра масштаба приводит к смещению математического ожидания кривой распределения для бездефектного состояния в область более высоких значений концентраций. Как показано в подразделе 2.3.4 данного пособия, граничные значения концентраций геометрически располагаются между значениями математических ожиданий распределений диагностических признаков для разных состояний. В связи с этим приближение математического ожидания концентрации газа для бездефектного состояния к математическому ожиданию концентрации этого же газа, полученному для трансформатора с развивающимися дефектами, приводит к возрастанию граничного значения концентрации данного газа.

Значение параметра формы определяет рассеяние значения концентраций газов относительно математических ожиданий. Геометрически (рис. 2.23, *б*) это можно интерпретировать как смещение точки пересечения плотностей распределения для бездефектных трансформаторов и трансформаторов с развивающимися дефектами в область более высоких значений концентраций по мере увеличения рассеяния концентраций и снижения значения коэффициента формы. В подразделе 2.3.4 показано, что при $C_{12}/C_{21} > 1$ граничное значение концентрации газа превышает значение, соответствующее точке пересечения распределений двух состояний. Таким образом, приведенные результаты совпадают с основными положениями теории распознавания образов, изложенными в открытых литературных источниках.



a



б

Рисунок 2.23 – Функции плотности распределений концентраций метана для трансформатора с развивающимися дефектами (D_2) и бездефектных трансформаторов с разными параметрами масштаба и формы

Приведенные результаты показали, что граничные значения концентраций газов, обеспечивающих минимальное значение среднего риска, не являются постоянными. Они изменяются в зависимости от значения параметров законов распределения газов для бездефектных трансформаторов

и трансформаторов с развивающимися дефектами, от значений цен ошибочных решений и вероятностей дефектного и бездефектного состояний трансформаторов. Из чего следует, что граничные значения концентраций газов, обеспечивающие минимум экономического ущерба, должны определяться с учетом данных факторов.

Вопросы для самоконтроля

1. Формула Байеса.
2. Обобщенная формула Байеса.
3. Обобщенная формула Байеса. Диагностическая матрица.
4. Обобщенная формула Байеса. Решающее правило.
5. Недостатки формулы Байеса. Метод максимального правдоподобия.
6. Метод последовательного анализа. Основы метода.
7. Статистические решения для одного диагностического параметра.

Общие положения. Вероятности ошибок I и II рода.

8. Средний риск.
9. Метод минимального риска.
10. Метод минимального числа ошибочных решений.
11. Метод минимакса.
12. Метод Неймана – Пирсона.
13. Метод наибольшего правдоподобия.
14. Статистические решения при наличии зоны неопределенности.
15. Метод минимального риска при наличии зоны неопределенности.
16. Метод Неймана – Пирсона при наличии зоны неопределенности.
17. Статистические решения для нескольких состояний.
18. Статистические решения для многомерных распределений.
19. Обобщение результатов для одномерных систем на многомерные системы.
20. Граничные и типичные концентрации растворенных в масле газов.
21. Определение типичных концентраций растворенных в масле газов методом интегральных функций.
22. Законы распределения газов, растворенных в масле бездефектных трансформаторов.

23. Законы распределения газов, растворенных в масле дефектных трансформаторов.

24. Особенности определения среднего риска при диагностике состояния трансформаторов по значениям концентраций пяти газов.

25. Метод Нелдера – Мида.

26. Как различаются значения вероятностей ошибочных и верных решений, которые сопровождают использование граничных значений, регламентируемых разными методиками по интерпретации результатов ХАРГ.

27. Перечислите факторы, влияющие на значения граничных концентраций газов, и объясните характер и степень их влияния.

Литература к разделу

Основная

1. Биргер И.А. Техническая диагностика / И.А. Биргер. – М. : Машиностроение, 1978. – 240 с.

2. Лапа В.Г. Математические основы кибернетики / В.Г. Лапа. – Киев : Вища школа, 1974. – 452 с.

3. Попов Г.В. Вопросы диагностики силовых трансформаторов / Г.В. Попов. – Иваново: «Ивановский гос. энергетич. ун-т им. В.И. Ленина» ФГБОУВПО, 2012. – 176 с.

4. Харкевич А.А. Борьба с помехами / А.А Харкевич. – М. : Наука, 1965. – 274 с.

5. Горелик А.Л. Построение систем распознавания / А.Л. Горелик, В.А. Скрипник. – М. : Советское радио, 1974. – 222 с.

6. Ван Трис Г. Теория обнаружения оценок и модуляция / Г. Ван Трис. – М. : Советское радио, 1972. – 743 с.

Дополнительная

7. Діагностика маслонаповненого трансформаторного обладнання за результатами хроматографічного аналізу вільних газів, відібраних із газового реле, і газів, розчинених у ізоляційному маслі СОУ-Н ЕЕ 46.501:2006. – Київ. – 2007. – 92 с.

8. Боярчуков Г.М. Практические проблемы оценки состояния высоковольтного оборудования по содержанию газов в трансформаторном масле / Г.М. Боярчуков // Новини енергетики. – 2010. – № 7. – С. 23–33.

9. Давиденко И.В. Определение допустимых значений контролируемых параметров маслonaполненного оборудования на основе массива наблюдаемых данных / И.В. Давиденко // Электричество. – 2009. – № 6. – С. 10–21.

10. Давиденко И.В. Исследование показателей, описывающих рабочее состояние маслonaполненных вводов, методами математической статистики / И.В. Давиденко // Известия высших учебных заведений. Северо-Кавказский регион : Технические науки. – 2006. – № 15. – С. 31–33.

11. Чупак Т.М. Оценка состояния трансформатора на основе золотого сечения /Т.М. Чупак, А.Ю. Южанников // Фундаментальные исследования. – 2006. – № 9. – С. 81–82.

12. Захаров А.В. Обнаружение дефектов силовых маслonaполненных трансформаторов как процедура проверки статистических гипотез / А.В. Захаров // Новое в российской энергетике. – 2001. – № 2 – С. 19–28.

13. Шутенко О.В. Особенности статистической обработки результатов эксплуатационных испытаний при исследовании законов распределения результатов хроматографического анализа растворенных в масле газов / О.В. Шутенко, Д.Н. Баклай // Вісник НТУ «ХПІ». – 2013. – № 60(1033). – С. 136–150.

14. Шутенко О.В. Аналіз законів розподілу концентрацій газів, розчинених в маслі високовольтних трансформаторів негерметичного виконання / О.В. Шутенко, Д.Н. Баклай // Вісник НТУ «ХПІ». – 2014. – № 60(1033). – С. 136–150.

15. Шутенко О.В. Планирование экспериментальных исследований в электроэнергетике. Методы обработки экспериментальных данных: Учеб. пособ. для втузов / О.В.Шутенко, Д.Н. Баклай.– Харьков : НТУ «ХПИ»., 2013. – 268 с.

16. Шутенко О.В. Метод обнаружения развивающихся дефектов высоковольтных трансформаторов по результатам хроматографического анализа растворенных в масле газов / О.В. Шутенко // Электрические сети и системы – Киев. – 2010. – № 3. – С. 38–45.

17. Шутенко О.В. Комплексный корреляционный анализ показателей

качества трансформаторного масла / О.В. Шутенко // Вісник НТУ «ХП», – 2008. – №45. – С. 156–167.

18. Шутенко О.В. Методика определения среднего риска при использовании граничных значений концентраций растворенных в масле газов в качестве критерия наличия дефекта в высоковольтных трансформаторах / О.В. Шутенко, В.Б. Абрамов, Д.Н. Баклай // Енергетика та електрифікація. – 2012. – № 1. – С. 22–34.

19. Черноруцкий И.Г. Методы принятия решений / И.Г. Черноруцкий. – С.Пб. : БХВ-Петербург, 2005. – 416 с.

20. Абрамов В.Б. Отличительные особенности газообразования в трансформаторном масле герметичного и негерметичного высоковольтного оборудования / В.Б. Абрамов, Г.М. Боярчуков, Р.В. Яблонский // Новини енергетики. – 2009. – №9. – С. 17 – 32.

21. Львов М.Ю. О надежности силовых трансформаторов и автотрансформаторов электрических сетей / М.Ю. Львов, Ю.Н. Львов, Ю.А. Деметьев и др. // Электрические станции. – 2005. – № 11. – С. 69–75.

22. IEC Publication 60599, Interpretation of the analysis of gases in transformer and other oil med electrical equipment in &, Geneva, Switzerland, 1999;

23. IEEE Guide for the Interpretation of Gases Generated in Oil-Immersed Transformers, IEEE StandARCd C57.104-2008, Feb.2009.

24. DiGiorgio J.B. Dissolved gas analysis of mineral oil insulating fluids / J.B. DiGiorgio // DGA Expert System: A Leader in Quality, Value and Experience. – 2005. – Vol. 1. – pp. 1 – 17.

25. РД 153-34.0-46.302-00: Методические указания по диагностике развивающихся дефектов трансформаторного оборудования по результатам хроматографического анализа газов, растворенных в масле. – Офиц. изд. М. : НЦ ЭНАС, 20014.

26. Алексеев Б.А. Контроль состояния (диагностика) крупных силовых трансформаторов / Б.А. Алексеев. – Москва.: «Издательство НЦ ЭНАС», 2002. – 216 с.

27. Saranya S., Mageswari U., Roy N., Sudha R. Comparative study of various dissolved gas analysis methods to diagnose transformer faults / S. Saranya, U. Mageswari, N. Roy, R. Sudha // International Journal of Engineering Research and Applications (IJERA) – 2013. – Vol.3. – Issue 3. – pp.592 – 595.

28. Gray I. A. R. A Guide Transformer Oil Analysis, Transformer Chemistry Services. <[http://www.satcs.co.za/ Transformer Oil Analysis.pdf](http://www.satcs.co.za/Transformer%20Oil%20Analysis.pdf)> (2/2013).
29. Raisan A., Yaacob M.M., Alsaedi M.A. Faults diagnosis and assessment of transformer insulation oil quality: intelligent methods based on dissolved gas analysis a-review / A. Raisan, M.M. Yaacob, M.A. Alsaedi //International Journal of Engineering & Technology. – 2015. – Vol. 4. – №. 1. – pp. 54–60.
30. Абрамов В.Б. Порівняльний аналіз середніх ризиків, що виникають під час використання граничних значень концентрацій розчинених у маслі газів для виявлення дефектів у трансформаторах 110 кВ / В.Б. Абрамов, О.В. Шутенко, Д.Н. Баклай // Наукові вісті НТУ «КПІ». – 2014. – № 6. – С. 16–26.

РАЗДЕЛ 3

МЕТОДЫ ОЦЕНКИ ИНФОРМАТИВНОСТИ ДИАГНОСТИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ

В технической диагностике [1], особенно при построении оптимальных диагностических процессов, широко используется *теория информации*. Возникшая как математическая теория связи в трудах Винера и Шеннона [2] теория информации получила применение и в других областях науки как общая теория связи статистических систем.

В диагностике такими системами являются *система состояний* (диагнозов) и связанная с ней *система признаков*.

Центральное место в теории информации занимает понятие энтропии системы.

3.1. Энтропия системы

Энтропия характеризует степень неопределенности системы. Пусть рассматривается система A , которая может иметь n случайных состояний A_1, A_2, \dots, A_n с вероятностями $P(A_1), P(A_2), \dots, P(A_n)$. Если одно из состояний системы обязательно реализуется, а два состояния одновременно невозможны (полная группа несовместных событий), то

$$\sum_{i=1}^n P(A_i) = 1. \quad (3.1)$$

Именно такие системы и будут рассматриваться в дальнейшем.

Степень неопределенности системы зависит от числа n возможных состояний. Например, при бросании игрального кубика их может быть шесть, при бросании монеты – только два. Степень неопределенности, вообще говоря, возрастает с увеличением n .

Однако не только число возможных состояний определяет энтропию системы. Например, если система имеет шесть возможных состояний с вероятностями $P(A_1) = 0,95; P(A_2) = P(A_3) = P(A_4) = P(A_5) = P(A_6) = 0,01$, то с большой достоверностью можно утверждать априори (заранее, до прове-

дения опыта, обследования), что она находится в состоянии A_1 . Неопределенность такой системы невелика. Если же $P(A_1) = 1$, а вероятности остальных состояний равны нулю, то система вовсе не обладает неопределенностью – энтропия такой системы равна нулю.

В теории информации *энтропия* (степень неопределенности) системы A имеет n возможных состояний с вероятностями $P(A_1), P(A_2), \dots, P(A_n)$:

$$H(A) = \sum_{i=1}^n P(A_i) \log \frac{1}{P(A_i)} = - \sum_{i=1}^n P(A_i) \log P(A_i). \quad (3.2)$$

Величина $H(A)$, введенная Шенноном [2], называется энтропией системы. Обозначение $H(A)$ показывает, что энтропия относится к системе A , и его не следует понимать как обычное обозначение функциональной зависимости. Так как вероятности состояний системы $0 < P(A_i) < 1$, то энтропия представляет существенно положительную величину. В формуле (3.2) логарифм может быть взят при любом основании, его изменение приводит только к появлению множителя, то есть к изменению единицы измерения.

Исходя из соображений физической наглядности, будем вычислять энтропию системы с помощью двоичных логарифмов, тогда

$$H(A) = - \sum_{i=1}^n P(A_i) \log_2 P(A_i). \quad (3.3)$$

Целесообразность использования двоичных логарифмов легко понять, вычисляя энтропию системы, имеющую два равновероятных состояния. В этом случае $P(A_1) = P(A_2) = 0,5$ и по формуле (3.3) находим $H(A) = 1$.

Таким образом, в качестве единицы энтропии (при выборе двоичных логарифмов) принимается степень неопределенности системы, имеющей два возможных *равновероятных* состояния. Эта единица измерения называется *двоичной единицей* или *битом*. Название «бит» происходит от английских слов *binary digit* – двоичная единица (взяты две начальные и конечная буквы).

Если принять при вычислении энтропии обычные десятичные логарифмы, то в качестве единицы использовалась бы неопределенность системы, имеющей 10 равновероятных состояний (десятичная единица).

Не следует, однако, думать, что введенная величина энтропии полностью характеризует неопределенность систем различной физической природы. Она учитывает только вероятности состояний и их число, но не от-

ражает таких существенных свойств, как относительная ценность (важность) состояний, их близость, что может иметь серьезное значение для оценки неопределенности системы. Но во многих задачах, где существенны именно статистические свойства систем, использование энтропии как меры неопределенности вполне оправдано и целесообразно.

Можно также ввести понятие *неопределенности отдельного состояния систем*:

$$H(A_i) = \log \left(\frac{1}{P(A_i)} \right). \quad (3.4)$$

Энтропия системы представляет собой среднее значение энтропий отдельных состояний:

$$H(A) = \sum_{i=1}^n P(A_i) \cdot H(A_i). \quad (3.5)$$

Равенство (3.5) можно записать так:

$$H(A) = \langle H(A_i) \rangle = \langle -\log_2 P(A_i) \rangle. \quad (3.6)$$

Такое определение подчеркивает вероятностный характер понятия «энтропия».

3.2. Измерение информации

Для того чтобы пояснить понятие информации, рассмотрим следующий пример. Допустим, что в данное время силовой трансформатор имеет равные вероятности быть в исправном и неисправном состоянии. Если по результатам испытаний установлено, что значение сопротивления изоляции $R_{60} = 400$ МОм, то вероятней всего в данном трансформаторе дефект отсутствует. Однако если при данном значении сопротивления значение степени полимеризации целлюлозы меньше 200 ед., можно гарантировать (с вероятностью единица) недопустимый износ основной изоляции трансформатора и невозможность его дальнейшей эксплуатации. Какое из этих сообщений несет больше информации? Очевидно, второе, так как оно полностью устраняет неопределенность состояния объекта.

Подобные соображения позволяют определить величину информации как разность неопределенностей (энтропий) системы до и после получения информации. Если начальная энтропия системы равна $H(A)$, а после получения информации она составляет $H_*(A)$, то внесенная информация

$$I = H(A) - H_*(A). \quad (3.7)$$

Очень часто информация относительно системы A может быть получена путем наблюдения за другой, связанной с ней системой B . Обычно эта вторая система (*система сигналов*) дает информацию о состоянии основной системы. Среднюю величину этой информации, или информативность системы B относительно системы A , можно определить из равенства

$$I_A(B) = H(A) - H(A/B). \quad (3.8)$$

В правой части последнего соотношения содержится разность первоначальной энтропии системы A и ее энтропии после того, как стало известным состояние системы сигналов B . Так как системы A и B являются связанными, то, в свою очередь, знание состояния системы A изменит априорную вероятность состояний системы B . Например, если известно, что объект находится в неисправном состоянии, то вероятность поступления тех или иных сигналов также изменится. Средняя информация [1–4] содержится в системе A относительно системы B :

$$I_B(A) = H(B) - H(B/A). \quad (3.9)$$

Учитывая свойства энтропии сложной системы [1]:

$$I_A(B) = I_B(A). \quad (3.10)$$

Равенство (3.10) выражает важное свойство *взаимности информации*.

Так как $H(A/B) = H(AB) - H(B)$, то из формулы (3.8) следует важное соотношение:

$$I_A(B) = H(A) + H(B) - H(AB), \quad (3.11)$$

где $H(AB)$ – энтропия системы AB .

Принимая во внимание зависимость (3.2), получим

$$\begin{aligned}
I_A(B) = & - \sum_{i=1}^n P(A_i) \log_2 P(A_i) - \sum_{j=1}^m P(B_j) \log_2 P(B_j) + \\
& + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m P(A_i B_j) \log_2 P(A_i B_j).
\end{aligned} \tag{3.12}$$

Если учесть равенства:

$$P(A_i) = \sum_{j=1}^m P(A_i B_j); \tag{3.13}$$

$$P(B_j) = \sum_{i=1}^n P(A_i B_j), \tag{3.14}$$

то

$$\begin{aligned}
I_A(B) = & - \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m P(A_i B_j) \log_2 P(A_i) - \\
& - \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m P(A_i B_j) \log_2 P(B_j) + \\
& + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m P(A_i B_j) \log_2 P(A_i B_j)
\end{aligned} \tag{3.15}$$

В окончательном виде получаем симметричную формулу для информации, которую несет система сигналов B относительно состояния системы A :

$$I_A(B) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m P(A_i B_j) \log_2 \frac{P(A_i B_j)}{P(A_i) P(B_j)}. \tag{3.16}$$

Если системы A и B независимы, то $P(A_i B_j) = P(A_i) P(B_j)$, и тогда из соотношения (3.16) следует $I_A(B) = I_B(A) = 0$. С физической точки зрения этот результат очевиден: наблюдение над одной из систем не может дать информации относительно другой, если между состояниями этих систем нет связи.

В некоторых случаях формулу (3.16) удобно использовать в одном из следующих видов:

$$I_A(B) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m P(A_i) P(B_j / A_i) \log_2 \left[\frac{P(B_j / A_i)}{P(B_j)} \right], \quad (3.17)$$

$$I_A(B) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m P(B_j) P(A_i / B_j) \log_2 \left[\frac{P(A_i / B_j)}{P(A_i)} \right]. \quad (3.18)$$

Информация относительно состояния системы. Величина $I_A(B)$ представляет собой ожидаемое значение информации, содержащееся в системе B относительно всех состояний системы A . Если $I_{A_i}(B)$ – средняя информация, содержащаяся в системе B относительно состояния A_i , то естественно считать

$$I_A(B) = \sum_{i=1}^n P(A_i) \cdot I_{A_i}(B). \quad (3.19)$$

Сопоставляя равенства (3.17) и (3.19), можно записать:

$$I_{A_i}(B) = \sum_{j=1}^m P(B_j / A_i) \cdot \log_2 \left[\frac{P(B_j / A_i)}{P(B_j)} \right], \quad (3.20)$$

или в эквивалентной форме

$$I_{A_i}(B) = \sum_{j=1}^m P(B_j / A_i) \cdot \log_2 \left[\frac{P(A_i / B_j)}{P(A_i)} \right]. \quad (3.21)$$

Отметим, наконец, и такую форму, часто более удобную для вычислений:

$$I_{A_i}(B) = \sum_{j=1}^m P(B_j / A_i) \cdot \log_2 \left[\frac{P(A_i B_j)}{P(B_j) \cdot P(A_i)} \right]. \quad (3.22)$$

Соотношения (3.20) и (3.21) представляют ожидаемое (среднее) значение информации, которую может дать система B относительно состояния A_i . Из связи систем A и B следует, что каждое из состояний системы B может содержать информацию относительно какого-либо состояния системы A (и наоборот, так как информативная связь является взаимной).

Информацией, которую дает состояние B_j относительно состояния, можно назвать следующую величину:

$$\begin{aligned}
I_{A_i}(B_j) &= \log_2 \left[\frac{P(B_j / A_i)}{P(B_j)} \right] = \log_2 \left[\frac{P(A_i / B_j)}{P(A_i)} \right] = \\
&= \log_2 \left[\frac{P(A_i B_j)}{P(A_i) \cdot P(B_j)} \right].
\end{aligned} \tag{3.23}$$

Тогда $I_{A_i}(B_j)$ представляет собой усреднение этой информации по всем состояниям системы B при условии, что эта информация относится к состоянию A_i :

$$I_{A_i}(B) = \sum_{j=1}^m P(B_j / A_i) \cdot I_{A_i}(B_j). \tag{3.24}$$

Последнее равенство следует из соотношений (3.21) и (3.23).

Величину $I_{A_i}(B_j)$ назовем *элементарной информацией* состояния B_j о состоянии A_i [1]. Она явилась последним звеном при постепенном расчленении общего понятия о взаимной информации систем. Величины $I_{A_i}(B)$ и $I_A(B)$ являются усреднением элементарной информации. Вместе с тем элементарная информация имеет ясный физический смысл. Пусть для определенности система B представляет собой систему сигналов (признаков), связанных с состояниями системы A . Тогда, если сигнал B_j встречается одинаково часто при наличии состояния A и при любых других состояниях системы A , то есть $P(B_j / A_i) = P(B_j)$, то, очевидно, такой сигнал не несет информации о состоянии A_i . Из формулы (3.23) в этом случае следует $I_{A_i}(B_j) = 0$. Если априорная вероятность состояния A_i равна $P(A_i)$, а после получения сигнала B_j она изменилась и стала $P(A_i / B_j)$, то знание состояния B_j дает некоторую информацию относительно A_i :

$$I_{A_i}(B_j) = \log_2 \left[\frac{P(A_i / B_j)}{P(A_i)} \right]. \tag{3.25}$$

Но вероятность состояния A_i после получения сигнала может стать больше или меньше первоначальной (априорной) вероятности в зависимости от характера связи этих состояний. Например, увеличение тангенса угла диэлектрических потерь изоляции может уменьшать вероятность исправного состояния объекта.

Таким образом, $I_{A_i}(B_j)$ может быть как положительной, так и отрицательной величиной, тогда как $I_{A_i}(B)$ и $I_A(B)$ всегда положительны или равны нулю. Элементарная информация $I_{A_i}(B_j)$ становится отрицатель-

ной, если вероятность состояния A_i после получения сигнала B_j уменьшается.

3.3. Диагностическая ценность признаков

Диагностическая ценность признака определяется информацией, которая вносит признаки в систему состояний.

3.3.1. Простые и сложные признаки

Пусть имеется система D , которая находится в одном из n возможных состояний D_i ($i = 1, 2, \dots, n$). Условимся теперь называть эту систему «системой диагнозов» [1], а каждое из состояний – диагнозом. В большинстве случаев непрерывные различные состояния системы представляются совокупностью эталонов (диагнозов), причем выбор числа диагнозов часто определяется задачами исследования. Распознавание состояний системы D осуществляется путем наблюдения за другой, связанной с ней системой, – системой признаков.

Будем называть *простым признаком* результат обследования, который может быть выражен одним из двух символов или двоичным числом (например, 1 и 0; «да» и «нет»; + и – и т. п.).

С точки зрения теории информации простой признак можно рассматривать как систему, имеющую одно из двух возможных состояний. Если k_j – простой признак, то два его состояния будем обозначать: k_j – наличие признака; $\overline{k_j}$ – отсутствие признака. Простой признак может означать наличие или отсутствие измеряемого параметра в определенном интервале; он может иметь и качественный характер (например, положительный или отрицательный результат испытания и т. п.).

Для целей диагностики область возможных значений измеряемого параметра часто разбивается на интервалы, и характерным является наличие параметра в данном интервале. В связи с этим результат количественного обследования может рассматриваться как признак, принимающий несколько возможных состояний.

Условимся называть *сложным признаком* (разряда m) результат наблюдения (обследования), который может быть выражен одним из m сим-

волов. Если, как обычно, в качестве символов избрать цифры, то сложный признак (разряда m) может быть выражен m -разрядным числом (например, сложный признак 8-го разряда выражается восьмеричным числом). Сложный признак может быть связан и с обследованием качественного характера, если оценка содержит несколько градаций [например, шум (увеличенный, нормальный, слабый) – трехразрядный признак]. Разряды признака часто будем называть *диагностическими интервалами*.

Разберем некоторые признаки.

Одноразрядный признак ($m = 1$) имеет только одно возможное состояние. Такой признак не несет какой-либо диагностической информации, и его следует исключить из рассмотрения.

Двухразрядный признак ($m = 2$) обладает двумя возможными состояниями. Состояния двухразрядного признака можно обозначить k_{j1} и k_{j2} . Пусть, например, признак k_j относится к измерению параметра x , для которого установлено два диагностических интервала: $x < 10$ и $x > 10$. Тогда k_{j1} соответствует $x < 10$, а k_{j2} обозначает $x > 10$. Эти состояния *альтернативны*, так как реализуется только одно из них. Очевидно, что двухразрядный признак может быть заменен простым признаком k_j , если положить $k_{j1} = k_j$ и $k_{j2} = \overline{k_j}$. Этот простой признак можно сформулировать так: пониженное значение параметра x .

Трехразрядный признак ($m = 3$) имеет три возможные значения:

k_{j1} , k_{j2} и k_{j3} .

m -разрядный признак имеет m возможных состояний:

$k_{j1}, k_{j2}, \dots, k_{jm}$.

3.3.2. Диагностический вес признаков

Если в результате обследования выявлено, что признак k_j имеет для данного объекта значение k_{js} , то это значение будем называть реализацией признака. Обозначая ее k_j^* , будем иметь $k_j^* = k_{js}$.

В качестве диагностического веса реализации признака K_j для диагноза D_i примем [1]:

$$Z_{D_i}(k_j^*) = Z_{D_i}(k_{js}) = \log_2 \frac{P(D_i / k_{js})}{P(D_i)}, \quad (3.26)$$

где $P(D_i / k_{js})$ – вероятность диагноза D_i при условии, что признак k_j получил значение k_{js} ; $P(D_i)$ – априорная вероятность диагноза.

Если вероятность состояния D_i после того, как стало известно, что признак имеет реализацию в интервале s , увеличилась [$P(D_i / k_{js}) > P(D_i)$], то $Z_{D_i}(k_{js}) > 0$, то есть диагностический вес этого интервала признака для данного диагноза положителен. Если наличие параметра в интервале s не изменяет вероятности диагноза, то $Z_{D_i}(k_{js}) = 0$, так как $P(D_i / k_{js}) = P(D_i)$. Наконец, диагностический вес интервала s признака по отношению к диагнозу D_i может быть отрицательным (отрицание диагноза). Диагностический вес наличия признака в интервале s можно записать в виде, более удобном для конкретных вычислений:

$$Z_{D_i}(k_{js}) = \log_2 \frac{P(k_{js} / D_i)}{P(k_{js})}, \quad (3.27)$$

где $P(k_{js} / D_i)$ – вероятность появления интервала s у признака k_j для объектов с диагнозом D_i ; $P(k_{js})$ – вероятность появления этого интервала у объекта с другими диагнозами.

3.3.3. Условный и независимый диагностические веса

Равенства (3.26) и (3.27) определяют независимый диагностический вес данной реализации признака для диагноза D_i . Он характерен для ситуации, в которой обследование по признаку k_j проводится первым, или когда результаты обследования по другим признакам еще неизвестны (например, при одновременном обследовании по нескольким признакам). Он также характерен для случая, когда вероятность появления данной реализации признака не зависит от результатов предыдущих обследований.

Однако известно [1], что диагностическое значение реализации признака во многих случаях зависит от того, какие реализации признаков получились в предыдущих обследованиях. Бывает, что сам по себе признак не имеет существенного значения, но его появление после некоторого другого позволяет однозначно поставить диагноз (установить состояние системы).

Пусть проводится обследование сначала по признаку k_1 , а затем – по признаку k_2 . При обследовании объекта по признаку k_1 была получена реализация k_{1s} , требуется определить диагностический вес реализации k_{2p} признака k_2 для диагноза D_i . В соответствии с определением диагностического веса:

$$Z_{D_i}(k_{2p}/k_{1s}) = \log_2 \frac{P(k_{2p}/D_i k_{1s})}{P(k_{2p}/k_{1s})}. \quad (3.28)$$

Формула (3.28) определяет *условный диагностический вес* реализации признака. *Независимый диагностический вес* этой реализации:

$$Z_{D_i}(k_{2p}) = \log_2 \frac{P(k_{2p}/D_i)}{P(k_{2p})}. \quad (3.29)$$

Если признаки k_1 и k_2 являются независимыми для всей совокупности объектов с различными диагнозами

$$P(k_{2p}) = P(k_{2p}/k_{1s}) \quad (3.30)$$

и условно независимыми для объектов с диагнозом D_i

$$P(k_{2p}/D_i) = P(k_{2p}/D_i k_{1s}), \quad (3.31)$$

то условный и независимый диагностические веса реализации совпадают.

3.3.4. Диагностический вес реализации комплекса признаков

Рассмотрим диагностический вес реализации комплекса признаков K , состоящего из признаков k_1 , с реализациями k_{1s} и признака k_2 с реализацией k_{2p} . Возможны два варианта проведения обследования по комплексу признаков: последовательный (поэтапный) и параллельный.

При поэтапном обследовании сначала по признаку k_1 и затем по признаку k_2 будем иметь диагностические веса реализаций для диагноза D_i :

$$Z_{D_i}(k_{1s}) = \log_2 \left[\frac{P(k_{1s}/D_i)}{P(k_{1s})} \right]; \quad (3.32)$$

$$Z_{D_i}(k_{2p}/k_{1s}) = \log_2 \left[\frac{P(k_{2p}/D_i k_{1s})}{P(k_{2p}/k_{1s})} \right]. \quad (3.33)$$

Диагностический вес комплекса признаков:

$$Z_{D_i}(k_{1s}k_{2p}) = Z_{D_i}(k_{1s}) + Z_{D_i}(k_{2p} / k_{1s}) \quad (3.34)$$

При параллельном (одновременном) обследовании по комплексу признаков k_1 и k_2 диагностический вес реализации:

$$Z_{D_i}(k_{1s}k_{2p}) = \log_2 \left[\frac{P(k_{1s}k_{2p} / D_i)}{P(k_{1s}k_{2p})} \right]. \quad (3.35)$$

Учитывая равенства

$$P(k_{1s}k_{2p} / D_i) = P(k_{1s} / D_i)P(k_{2p} / D_i k_{1s}), \quad (3.36)$$

$$P(k_{1s}k_{2p}) = P(k_{1s})P(k_{2p} / k_{1s}). \quad (3.37)$$

получим, что соотношения (3.34) и (3.35) совпадают. Диагностический вес не зависит от порядка проведения обследования.

Если проводить обследование по комплексу признаков $K^{(\mu)}$ после проведения обследования по признаку $K^{(\eta)}$, то диагностический вес реализации комплекса $K^{(\mu)}$ для диагноза D_i

$$Z_{D_i}(K^{*(\mu)} / K^{*(\eta)}) = \log_2 \left[\frac{P(K^{*(\mu)} / D_i K^{*(\eta)})}{P(K^{*(\mu)} / K^{*(\eta)})} \right]. \quad (3.38)$$

Диагностический вес реализации двух комплексов

$$Z_{D_i}(K^{*(\mu)}K^{*(\eta)}) = Z_{D_i}(K^{*(\mu)}) + Z_{D_i}(K^{*(\eta)} / K^{*(\mu)}). \quad (3.39)$$

Понятие диагностического веса реализации признака применимо только по отношению к данному диагнозу как степень его подтверждения или отрицания. Усреднение диагностического веса по всем реализациям признака и по всем диагнозам приводит к понятию информативной, или диагностической ценности обследований.

3.4. Диагностическая ценность обследования

3.4.1. Частная диагностическая ценность

Диагностический вес той или иной реализации признака еще не дает

представления о диагностической ценности обследования по данному признаку. Например, при обследовании по простому признаку может оказаться, что его наличие не имеет диагностического веса, тогда как его отсутствие чрезвычайно важно для установления диагноза.

Условимся считать [1] диагностической ценностью обследования по признаку k_j для диагноза D_i величину информации, вносимую всеми реализациями признака k_j в установление диагноза D_i .

Для m -разрядного признака:

$$Z_{D_i}(k_j) = \sum_{s=1}^m P(k_{js}/D_i) \cdot Z_{D_i}(k_{js}). \quad (3.40)$$

Диагностическая ценность обследования учитывает все возможные реализации признака и представляет собой математическое ожидание величины информации, вносимой отдельными реализациями. Так как величина $Z_{D_i}(k_j)$ относится только к одному диагнозу D_i , то будем называть ее *частной диагностической ценностью обследования по признаку k_j* .

Следует также отметить, что $Z_{D_i}(k_j)$ определяет независимую диагностическую ценность обследования. Она характерна для случая, когда обследование проводится первым, или когда результаты других обследований неизвестны. Величина $Z_{D_i}(k_j)$ может быть записана в трех эквивалентных формах:

$$Z_{D_i}(k_j) = \sum_{s=1}^m P(k_{js}/D_i) \log_2 \left[\frac{P(k_{js}/D_i)}{P(k_{js})} \right]; \quad (3.41)$$

$$Z_{D_i}(k_j) = \sum_{s=1}^m P(k_{js}/D_i) \log_2 \left[\frac{P(D_i/k_{js})}{P(D_i)} \right]; \quad (3.42)$$

$$Z_{D_i}(k_j) = \sum_{s=1}^m P(k_{js}/D_i) \log_2 \left[\frac{P(D_i k_{js})}{P(D_i) P(k_{js})} \right]. \quad (3.43)$$

Наибольшую диагностическую ценность имеют обследования по признакам, которые часто встречаются при данном диагнозе, а вообще – редко, и наоборот: по признакам, встречающимся при данном диагнозе – редко, а вообще – часто. При совпадении $P(k_j/D_i)$ и $P(k_j)$ обследование не имеет никакой диагностической ценности. Эти выводы совпадают с интуитив-

ными правилами, используемыми на практике, но теперь эти правила получают точную количественную оценку.

Диагностическая ценность обследования вычисляется в единицах информации (двоичных единицах или битах) и не может быть отрицательной величиной. Последнее понятно из логических соображений: информация, полученная при обследовании, не может «ухудшить» процесс распознавания действительного состояния.

3.4.2. Общая диагностическая ценность обследования

Известно, что обследование, обладающее небольшой диагностической ценностью для одного диагноза, может иметь значительную ценность для другого. Введем понятие *общей диагностической ценности обследования* по признаку k_j для всей системы диагнозов D_i , определив ее как количество информации, вносимое обследованием в систему диагнозов [1]:

$$\begin{aligned} Z_D(k_j) &= \sum_{i=1}^n P(D_i) \cdot Z_{D_i}(k_j) = \\ &= \sum_{i=1}^n \sum_{s=1}^m P(D_i) \cdot P(k_{js} / D_i) \cdot \log_2 \left[\frac{P(k_{js} / D_i)}{P(k_{js})} \right]. \end{aligned} \quad (3.44)$$

Величина $Z_D(k_j)$ представляет собой ожидаемое (среднее) значение информации, которое может быть внесено обследованием в установление неизвестного заранее диагноза, принадлежащего рассматриваемой системе (совокупности) диагнозов. В другой форме

$$Z_D(k_j) = \sum_{i=1}^n \sum_{s=1}^m P(D_i k_{is}) \log_2 \frac{P(D_i k_{is})}{P(D_i) P(k_{is})}. \quad (3.45)$$

В некоторых случаях представляет интерес определение диагностической ценности реализации признака для всей системы диагнозов. Представляя равенство (3.45) в виде

$$Z_D(k_j) = \sum_{s=1}^m P(k_{is}) Z_D(k_{is}),$$

получаем

$$Z_D(k_j) = \sum_{i=1}^n P(D_i / k_{is}) \log_2 \frac{P(D_i / k_{is})}{P(D_i)}. \quad (3.46)$$

3.4.3. Диагностическая ценность одновременного обследования по комплексу признаков

Общая диагностическая ценность. Рассмотрим сначала случай, когда комплекс признаков K состоит из двух признаков k_1 и k_2 , имеющих m_1 и m_2 разрядов. Будем сначала считать, что результаты обследования по признаку k_1 заранее неизвестны и требуется определить диагностическую ценность одновременного обследования по признакам k_1 и k_2 .

Диагностическая ценность обследования по этому комплексу признаков для всей системы диагнозов измеряется количеством информации, вносимой системами k_1 и k_2 в систему D :

$$Z_D(k_1 k_2) = H(D) - H(D / k_1 k_2), \quad (3.47)$$

где $H(D)$ – априорная энтропия системы диагнозов; $H(D / k_1 k_2)$ – ожидаемая энтропия системы диагнозов после обследования по признакам k_1 и k_2 .

Учитывая равенства

$$\begin{aligned} H(D k_1 k_2) &= - \sum_{i=1}^n \sum_{s=1}^{m_1} \sum_{p=1}^{m_2} P(D_i k_{1s} k_{2p}) \cdot \log_2 P(D_i k_{1s} k_{2p}) = \\ &= H(D) + H(k_1 / D) + H(k_2 / D k_1) = H(k_1) + H(k_2 / k_1) + H(D / k_1 k_2), \end{aligned} \quad (3.48)$$

получим

$$Z_D(k_1 k_2) = H(D) + H(k_1) + H(k_2 / k_1) - H(D k_1 k_2). \quad (3.49)$$

Далее найдем

$$\begin{aligned} Z_D(k_1 k_2) &= - \sum_{i=1}^n P(D_i) \cdot \log_2 [P(D_i)] - \sum_{i=1}^n P(k_{1s}) \cdot \log_2 [P(k_{1s})] - \\ &- \sum_{s=1}^{m_1} \sum_{p=1}^{m_2} P(k_{1s}) \cdot P(k_{2p} / k_{1s}) \cdot \log_2 [P(k_{2p} / k_{1s})] + \\ &+ \sum_{i=1}^n \sum_{s=1}^{m_1} \sum_{p=1}^{m_2} P(D_i k_{1s} k_{2p}) \cdot \log_2 [P(D_i k_{1s} k_{2p})] = \\ &= \sum_{i=1}^n \sum_{s=1}^{m_1} \sum_{p=1}^{m_2} P(D_i k_{1s} k_{2p}) \cdot \log_2 \left[\frac{P(D_i k_{1s} k_{2p})}{P(D_i) \cdot P(k_{1s} k_{2p})} \right]. \end{aligned} \quad (3.50)$$

Полученное равенство можно представить в следующем виде:

$$Z_D(k_1 k_2) = Z_D(k_1) + Z_D(k_2 / k_1), \quad (3.51)$$

где $Z_D(k_1)$ – диагностическая ценность обследования по признаку k_1

$$Z_D(k_1) = \sum_{i=1}^n \sum_{s=1}^{m_1} P(D_i k_{1s}) \cdot \log_2 \left[\frac{P(k_{1s} D_i)}{P(k_{1s})} \right]. \quad (3.52)$$

$Z_D(k_2/k_1)$ – ожидаемая диагностическая ценность обследования по признаку k_2 при условии, что обследование по признаку k_1 проведено, но конкретная реализация неизвестна

$$Z_D(k_2/k_1) = \sum_{i=1}^n \sum_{s=1}^{m_1} \sum_{p=1}^{m_2} P(D_i k_{1s} k_{2p}) \cdot \log_2 \left[\frac{P(k_{2p} / D_i k_{1s})}{P(k_{1s} k_{2p})} \right]. \quad (3.53)$$

Равенство (3.51) означает, что для средних (ожидаемых) значений диагностических ценностей порядок проведения обследований безразличен. Установим следующее важное равенство:

$$Z_D(k_2/k_1) = H(D/k_1) - H(D/k_1 k_2). \quad (3.54)$$

Если представить зависимость (3.53) в виде

$$Z_D(k_2/k_1) = \sum_{i=1}^n \sum_{s=1}^{m_1} \sum_{p=1}^{m_2} P(D_i k_{1s} k_{2p}) \cdot \log_2 \left[\frac{P(D_i / k_{1s} k_{2p})}{P(D_i / k_{1s})} \right] \quad (3.55)$$

и учесть соотношения

$$\begin{aligned} & - \sum_{i=1}^n \sum_{s=1}^{m_1} \sum_{p=1}^{m_2} P(D_i k_{1s} k_{2p}) \cdot \log_2 [P(D_i / k_{1s} k_{2p})] = \\ & = \sum_{s=1}^{m_1} \sum_{p=1}^{m_2} P(k_{1s} k_{2p}) \cdot H(D / k_{1s} k_{2p}) = H(D / k_1 k_2) \end{aligned} \quad (3.56)$$

и

$$\begin{aligned} & - \sum_{i=1}^n \sum_{s=1}^{m_1} \sum_{p=1}^{m_2} P(D_i k_{1s} k_{2p}) \cdot \log_2 [P(D_i k_{1s})] = \\ & = \sum_{s=1}^{m_1} P(k_{1s}) \cdot H(D / k_{1s}) = H(D / k_1), \end{aligned} \quad (3.57)$$

то из равенства (3.55) следует формула (3.54).

Отметим, что $H(D/k_1)$ представляет собой ожидаемое значение энтропии системы диагнозов после проведения обследования по признаку k_1 , причем знания конкретной реализации признака k_1 не требуется. Величина $Z_D(k_2/k_1)$ выражает разность «средних» значений энтропии системы после обследования по признаку k_1 и после обследования по комплексу признаков k_1 и k_2 .

Если к равенству (3.54) добавить известную зависимость

$$Z_D(k_1) = H(D) - H(D/k_1), \quad (3.58)$$

то условие (3.51) переходит в (3.47).

Частная диагностическая ценность. Определим частную диагностическую ценность обследования по комплексу признаков k_1 и k_2 для диагноза D_i . Представим равенство (3.50) в такой форме:

$$Z_D(k_1 k_2) = \sum_{i=1}^n P(D_i) \cdot Z_{D_i}(k_1 k_2). \quad (3.59)$$

В соответствии с этим равенством частная диагностическая ценность

$$Z_D(k_2 / k_1) = \sum_{s=1}^{m_1} \sum_{\rho=1}^{m_2} P(k_{1s} k_{2\rho} / D_i) \cdot \log_2 \left[\frac{P(k_{1s} k_{2\rho} / D_i)}{P(k_{1s} k_{2\rho})} \right]. \quad (3.60)$$

Подобно соотношению (3.51)

$$Z_{D_i}(k_1 k_2) = Z_{D_i}(k_1) + Z_{D_i}(k_2 / k_1), \quad (3.61)$$

где

$$Z_{D_i}(k_1) = \sum_{s=1}^{m_1} P(k_{1s} / D_i) \cdot \log_2 \left[\frac{P(k_{1s} D_i)}{P(k_{1s})} \right]; \quad (3.62)$$

$$Z_{D_i}(k_2 / k_1) = \sum_{s=1}^{m_1} \sum_{\rho=1}^{m_2} P(k_{1s} k_{2\rho} / D_i) \cdot \log_2 \left[\frac{P(k_{2\rho} / D_i k_{1s})}{P(k_{2\rho} / k_{1s})} \right]. \quad (3.63)$$

Как и раньше, будем считать признаки k_1 и k_2 независимыми при

$$P(k_{2\rho} / k_{1s}) = P(k_{2\rho}) \quad (3.64)$$

и условно независимыми для диагноза D_i при:

$$P(k_{2\rho} / D_i k_{1s}) = P(k_{2\rho} / D_i). \quad (3.65)$$

Если признаки k_1 и k_2 удовлетворяют условиям (3.64) и (3.65) одновременно (диагностически независимые признаки), то

$$Z_{D_i}(k_2 / k_1) = Z_{D_i}(k_2) \quad (3.66)$$

и тогда

$$Z_{D_i}(k_1 k_2) = Z_{D_i}(k_1) + Z_{D_i}(k_2). \quad (3.67)$$

Отметим, что условия (3.64) и (3.65) для полной системы диагнозов не являются независимыми в силу тождества:

$$\begin{aligned}
P(k_{1s}k_{2p}) &= P(k_{1s}) \cdot P(k_{2p}/k_{1s}) \cdot \sum_{i=1}^n P(D_i) \cdot P(k_{1s}k_{2p}/D_i) = \\
&= \sum_{i=1}^n P(D_i) \cdot P(k_{1s}/D_i) \cdot P(k_{2p}/D_i k_{1s}).
\end{aligned}
\tag{3.68}$$

В связи с этим для общей диагностической ценности комплекса признаков условие, подобное (3.67), справедливо только в некоторых частных случаях, например, если $P(k_{2p}/D_i) = P(k_{2p})$, то есть если признак k_2 не имеет диагностического веса.

Общий случай. Выше рассматривался комплекс двух признаков. Для комплекса v признаков:

$$\begin{aligned}
Z_D(k) &= Z_D(k_1 k_2 \dots k_v) = \sum_{i=1}^n \sum_{s=1}^{m_1} \sum_{p=1}^{m_2} \dots \sum_{\sigma=1}^{m_v} P(D_i k_{1s} \dots k_{v\sigma}) \times \\
&\times \log_2 \left[\frac{P(D_i k_{1s} k_{2p} \dots k_{v\sigma})}{P(D_i) \cdot P(k_{1s} k_{2p} \dots k_{v\sigma})} \right] = Z_D(k_1) + Z_D(k_2/k_1) + \\
&+ Z_D(k_3/k_1 k_2) + \dots + Z_D(k_v/k_1 \dots k_{v-1}).
\end{aligned}
\tag{3.69}$$

Аналогичные соотношения справедливы и для частной диагностической ценности комплекса признаков

$$\begin{aligned}
Z_{D_i}(k_1 k_2 \dots k_v) &= \sum_{s=1}^{m_1} \sum_{p=1}^{m_2} \dots \sum_{\sigma=1}^{m_v} P(k_{1s} k_{2p} \dots k_{v\sigma} / D_i) \times \\
&\times \log_2 \left[\frac{P(k_{1s} k_{2p} \dots k_{v\sigma} / D_i)}{P(k_{1s} k_{2p} \dots k_{v\sigma})} \right].
\end{aligned}
\tag{3.70}$$

3.4.4. Диагностическая ценность при последовательном проведении обследования

Общая диагностическая ценность. Рассмотрим диагностическую ценность обследования по признаку k_2 при условии, что результаты обследования по признаку k_1 известны (признак k_1 получил реализацию k_{1s}). Диагностическая ценность такого обследования с учетом всех возможных реализаций признака k_1 определялась по формуле (3.54), которую можно записать в виде

$$Z_D(k_2 / k_1) = \sum_{s=1}^{m_1} P(k_{1s}) \cdot Z_{D_i}(k_2 / k_{1s}), \quad (3.71)$$

где условная диагностическая ценность обследования k_2 в соответствии с равенствами (3.56), (3.57)

$$Z_D(k_2 / k_{1s}) = H(D / k_{1s}) - H(D / k_{1s} k_2). \quad (3.72)$$

В последнем соотношении

$$H(D / k_{1s}) = - \sum_{i=1}^n P(D_i k_{1s}) \cdot \log_2(P(D_i k_{1s})), \quad (3.73)$$

$$\begin{aligned} H(D / k_{1s} k_2) &= - \sum_{i=1}^n \sum_{\rho=1}^{m_2} P(k_{2\rho} / k_{1s}) \cdot P(D_i / k_{1s} k_{2\rho}) \cdot \log_2 P(D_i / k_{1s} k_{2\rho}) = \\ &= \sum_{\rho=1}^{m_2} P(k_{2\rho} / k_{1s}) \cdot H(D / k_{1s} k_{2\rho}). \end{aligned} \quad (3.74)$$

В другой форме уравнение (3.72) будет таким:

$$\begin{aligned} Z_D(k_2 / k_{1s}) &= \sum_{i=1}^n \sum_{\rho=1}^{m_2} P(D_i k_{2\rho} / k_{1s}) \cdot \log_2 \left[\frac{P(D_i / k_{1s} k_{2\rho})}{P(D_i / k_{1s})} \right] = \\ &= \sum_{i=1}^n \sum_{\rho=1}^{m_2} P(D_i k_{2\rho} / k_{1s}) \cdot \log_2 \left[\frac{P(k_{2\rho} / D_i k_{1s})}{P(k_{2\rho} / k_{1s})} \right]. \end{aligned} \quad (3.75)$$

Частная диагностическая ценность. Теперь можно записать выражение для частной условной диагностической ценности обследования по признаку k_2 для диагноза D_i . Представляя равенство (3.75) в виде

$$Z_D(k_2 / k_{1s}) = \sum_{i=1}^n P(D_i / k_{1s}) \cdot Z_{D_i}(k_{2\rho} / k_{1s}), \quad (3.76)$$

найдем

$$Z_{D_i}(k_2 / k_{1s}) = \sum_{\rho=1}^{m_2} P(k_{2\rho} / D_i k_{1s}) \cdot \log_2 \left[\frac{P(k_{2\rho} / D_i k_{1s})}{P(k_{2\rho} / k_{1s})} \right]. \quad (3.77)$$

Если признаки k_1 и k_2 диагностически независимы (для данной реализации признака $k_1^* = k_{1s}$)

$$P(k_{2\rho} / k_{1s}) = P(k_{2\rho}), \quad P(k_{2\rho} / D_i k_{1s}) = P(k_{2\rho} / D_i),$$

то

$$Z_{D_i}(k_{2\rho} / k_{1s}) = Z_{D_i}(k_{2\rho}). \quad (3.78)$$

Общий случай. Подобные результаты легко обобщаются в случае, когда обследование проводится после того, как стали известны результаты обследования по комплексу признаков K , включающему признаки k_1 и k_2 . Для нового обследования по признаку k_3 будем иметь:

$$Z_D(k_3 / K^*) = \sum_{i=1}^n \sum_{r=1}^{m_3} P(D_i k_{3r} / k_{1s} k_{2p}) \cdot \log_2 \left[\frac{P(k_{3r} / D_i k_{1s} k_{2p})}{P(k_{3r} / k_{1s} k_{2p})} \right], \quad (3.79)$$

$$Z_{D_i}(k_3 / K^*) = \sum_{r=1}^{m_3} P(k_{3r} / D_i k_{1s} k_{2p}) \cdot \log_2 \left[\frac{P(k_{3r} / D_i k_{1s} k_{2p})}{P(k_{3r} / k_{1s} k_{2p})} \right], \quad (3.80)$$

где $k_{1s} k_{2p} = K^*$ – реализация комплекса признаков K .

Если проведено обследование по комплексу признаков $K^{(\eta)}$ и требуется выбрать новый комплекс признаков для одновременного обследования $K^{(\mu)}$ с наибольшей диагностической ценностью, то следует исходить из величины:

$$Z_D(K^{(\mu)} / K^{(\eta)*}) = Z_D(k_1 / K^{(\eta)*}) + Z_D(k_2 / K^{(\eta)*} k_1) + \dots + Z_D(k_\mu / K^{(\eta)*} k_1 k_2 \dots k_{\mu-1}). \quad (3.81)$$

3.5. Оптимизация процедуры диагностики изоляции на основе анализа информационной значимости диагностических признаков

В теории технической диагностики и контроля оптимизация диагностических тестов, как правило, проводится на основе анализа информативности показателей качества, используемых для оценки состояния системы.

Задача выбора признаков [5] и нахождения оптимального набора показателей качества, которые бы обеспечивали наилучшее распознавание дефектов, является в технической диагностике одной из важнейших и наиболее трудных. Поиск оптимального набора признаков имеет большое значение, по крайней мере, по двум причинам:

- во-первых, от этого зависит объем измерений и вычислений и соответственно материальные затраты для эксплуатационных организаций;
- во-вторых, это помогает избежать опасности, связанной с проявлением так называемого «проклятия размерности», когда увеличение размерности пространства признаков может не только не повышать вероятность распознавания, но и существенно ее снижать.

Один из главных принципов технической диагностики [1] заключается в следующем: диагностическая ценность признака определяется информацией, которая вносится признаком в систему состояний. В связи с этим правильное формирование множества признаков и анализ диагностической ценности отдельных признаков и их совокупностей является основой для определения технического состояния оборудования и принятия решений по его дальнейшей эксплуатации.

При анализе диагностической ценности того или иного показателя, используемого для оценки состояния изоляции трансформаторного оборудования, важное значение имеют такие аспекты [6]:

1) является ли контролируемый показатель функцией физико-химического состояния изоляции или он отслеживает сопутствующие изменения при развитии дефектов;

2) имеет ли место монотонность изменения значения контролируемого показателя во времени при развитии характеризуемого им дефекта;

3) существуют ли значимые различия между значениями контролируемого показателя и степенью развития характеризуемого им дефекта.

Выполнение или невыполнение данных условий [5] определяет вид диагностической ценности, а именно: наличие детерминированной или случайной диагностической ценности соответственно. При этом признаки со случайной диагностической ценностью не могут быть использованы для принятия решений о состоянии оборудования, но могут свидетельствовать о необходимости более полного обследования.

Как показано выше, информативность показателя качества при технической диагностике определяется как ожидаемая степень снижения неопределённости знаний о состоянии контролируемого объекта после измерения значения данного показателя.

В результате полного диагностического обследования по комплексу признаков K состояние системы, как правило, становится известным (например, выясняется, что система находится в состоянии D_1 , тогда $P(D_1) = 1$, $P(D_i) = 0$, $\{i = 2, \dots, N\}$). После проведения полного диагностического обследования энтропия (неопределенность системы)

$$H\left(\frac{D}{K}\right) = 0. \quad (3.82)$$

На практике [1] условие (3.47) удастся выполнить далеко не всегда. Во многих случаях распознавание носит статистический характер, и требуется знать, что вероятность одного из состояний достаточно высока. Для подобных ситуаций «остаточная» энтропия системы $H(D/K) \neq 0$, а необходимое количество информации, внесенное после проведения обследования по комплексу признаков:

$$I_D(K) = Z_D(K) = H(D) - H(D/K) = H(D). \quad (3.83)$$

В практических случаях необходима диагностическая ценность обследования:

$$Z_D(K) = \xi \cdot H(D), \quad (3.84)$$

где ξ – коэффициент полноты обследования; $0 < \xi < 1$.

Значение коэффициента ξ зависит от надежности распознавания, и для реальных диагностических тестов оно должно быть близко к единице. Если априорные вероятности состояния системы неизвестны, то всегда можно дать верхнюю оценку энтропии системы:

$$H(D) \leq \log_2 N, \quad (3.85)$$

где N – число возможных состояний системы.

Из (3.84) следует, что объем информации, которую нужно получить при диагностическом обследовании, является заданным, и требуется построить оптимальный процесс его накопления. В качестве коэффициента оптимальности диагностического обследования по показателю k_j для диагноза D_i , как правило, используют [1] величину:

$$\lambda_{ij} = \frac{Z_{D_i}(k_j)}{c_{ij}}, \quad (3.86)$$

где $Z_{D_i}(k_j)$ – диагностическая по признаку k_j для диагноза D_i (в общем случае величина $Z_{D_i}(k_j)$ определяется с учетом результатов предыдущих обследований); c_{ij} – коэффициент сложности обследования по признаку k_j для диагноза D_i , характеризующий трудоемкость и стоимость обследования, его достоверность и другие факторы (предполагается, что c_{ij} не зависит от проведенных ранее обследований).

Коэффициент оптимальности обследования для всей системы диагно-

$$\lambda_j = \frac{\sum_{i=1}^n P(D_i) \cdot Z_{D_i}(k_j)}{\sum_{i=1}^n P(D_i) \cdot c_{ij}} = \frac{Z_{D_i}(k_j)}{C_j}. \quad (3.87)$$

При вычислении λ_j проводится усреднение информации и сложности обследования по всем диагнозам.

Пусть выполняется обследование по комплексу признаков k_1 и k_2 . Коэффициент оптимальности при одновременном обследовании

$$\lambda = \frac{[Z_D(k_1) + Z_D(k_2/k_1)]}{[C_1 + C_2]}. \quad (3.88)$$

При обследовании по признаку k_2 , после того как известны результаты обследования по признаку k_1 ,

$$\lambda = \frac{[Z_D(k_1^*) + Z_D(k_2/k_1^*)]}{[C_1 + C_2]}, \quad (3.89)$$

где k_1^* – реализация признака k_1 после проведения обследования.

Если коэффициенты оптимальности первого и второго обследования будут равны:

$$\lambda_1 = \frac{Z_D(k_1)}{C_1};$$

$$\lambda_2 = \frac{Z_D(k_2/k_1)}{C_2},$$

то коэффициент оптимальности для комплекса признаков имеет промежуточное значение:

$$(\lambda_1, \lambda_2)_{\min} \leq \lambda \leq (\lambda_1, \lambda_2)_{\max}. \quad (3.90)$$

Подобный результат справедлив для обследования по произвольному комплексу признаков. Если проведено обследование по комплексу v признаков с коэффициентом оптимальности $\lambda^{(v)}$ и добавляется обследование $(v + 1)$ по признаку с коэффициентом оптимальности λ_{v+1} , то для суммарного обследования коэффициент оптимальности возрастает при $\lambda_{v+1} > \lambda^{(v)}$ и уменьшается при $\lambda_{v+1} < \lambda^{(v)}$.

Для обследования по комплексу K из v признаков коэффициент оптимальности

$$\lambda = \frac{Z_D(K^{(v)})}{\sum_{j=1}^v C_j}, \quad (3.91)$$

где $Z_D(K^{(v)})$ – диагностическая ценность обследования по комплексу признаков.

Если обследования имеют одинаковую сложность: $C_1 = C_2 = \dots = C_v = C_0$, то

$$\lambda = \frac{Z_D(K^{(v)})}{v \cdot C_0}. \quad (3.92)$$

Коэффициент оптимальности будет наибольшим тогда, когда необходимый объем диагностической информации получают при наименьшем числе отдельных обследований. В общем случае оптимальный диагностический тест должен обеспечить получение наибольшего значения коэффициента оптимальности всего обследования (условие оптимальности диагностического обследования).

Если были проведены испытания в последовательном порядке по признакам k_α, k_β , то для оптимального плана диагностического теста должно быть максимальным значение коэффициента оптимальности:

$$\lambda = \frac{Z_D(k_\alpha) + Z_D(k_\beta / k_\alpha^*) + Z_D(k_\gamma / k_\alpha^* k_\beta^*) + \dots}{C_\alpha + C_\beta + C_\gamma + \dots}, \quad (3.93)$$

где k_α^*, k_β^* – реализация признаков k_α, k_β (значения признаков, полученные в результате испытания).

Однако при построении оптимального теста имеются принципиальные трудности: реализации признаков заранее не известны, и решение задачи на каждом этапе носит вероятностный характер. Выбор диагностического комплекса из общего числа признаков и первоначальный план обследования намечаются из условия максимума λ :

$$\lambda = \frac{Z_D(k_\alpha) + Z_D(k_\beta / k_\alpha) + Z_D(k_\gamma / k_\alpha k_\beta) + \dots}{C_\alpha + C_\beta + C_\gamma + \dots}. \quad (3.94)$$

В числитель этого выражения входят математические ожидания диагностических ценностей обследований. Первым в планируемой очередности проводится обследование по признаку с наибольшим частным коэффициентом оптимальности и т. д.

План дальнейших обследований, составленный после получения результатов первого, должен исходить из максимума величины:

$$\lambda = \frac{Z_D(k_\beta/k_\alpha^*) + Z_D[k_\gamma/(k_\alpha^* k_\beta)] + \dots}{C_\beta + C_\gamma + \dots}. \quad (3.95)$$

Очевидно, что построение такого процесса требует рассмотрения очень большого числа вариантов, а это значительно затрудняет его использование.

В практических задачах, как правило, выполняют построение теста, близкого к оптимальному с «предсказанием» на несколько шагов. Например, для наиболее простого одношагового теста в качестве первого принимается обследование с наибольшим коэффициентом оптимальности:

$$\lambda = \frac{Z_D(k_\alpha)}{C_\alpha}. \quad (3.96)$$

Вторым назначается обследование, дающее максимум:

$$\lambda = \frac{Z_D(k_\beta/k_\alpha^*)}{C_\beta}. \quad (3.97)$$

Для двухшагового теста соответственно получаем:

$$\lambda = \frac{Z_D(k_\alpha) + Z_D(k_\alpha/k_\beta)}{C_\alpha + C_\beta}; \quad (3.98)$$

$$\lambda = \frac{Z_D(k_\beta/k_\alpha^*) + Z_D(k_\gamma/k_\alpha^* k_\beta)}{C_\beta + C_\gamma}. \quad (3.99)$$

Двухшаговый тест, по сравнению с одношаговым, позволяет более обоснованно выбрать очередность обследований, поскольку он учитывает не только ценность изолированного обследования, но и прогнозируемую эффективность его сочетания с последующим. Если в результате первых обследований установлено, что наиболее вероятным является диагноз D_i , и дальнейшие обследования необходимы для подтверждения диагноза, то

при определении коэффициентов оптимальности целесообразно исходить из количества информации для данного диагноза или группы диагнозов.

В работах [7–10] при обучении модели для оценки степени старения трансформаторного масла по результатам многопараметрового контроля последовательность подстановки показателей в регрессионное уравнение организовано на основе алгоритма Сиднеева [11]. Данный метод позволяет организовать последовательность проверок по мере убывания информативности показателей. Как отмечено в [12], реализация данного алгоритма также приводит к построению минимального диагностического теста.

3.6. Особенности определения диагностической ценности показателей качества изоляции высоковольтного электроэнергетического оборудования

Задача формирования системы наиболее диагностически значимых признаков для оценки состояния высоковольтного оборудования является в настоящее время весьма актуальной. Так, например, по оценкам [13] основными недостатками традиционной системы контроля состояния высоковольтных силовых трансформаторов являются:

1) отсутствие прямой зависимости между контролируемыми параметрами и функциональной работоспособностью трансформатора (запасами прочности);

2) возможность неправильного диагноза и неоправданных действий (ненужная сушка по причине малого сопротивления изоляции, отбраковка магнитопровода по данным потерь холостого хода при малом напряжении, неправильная интерпретация сигналов ЧР и пр.);

3) избыточный объем испытаний (во многих случаях эффективными оказываются только 5–10 % проведенных тестов);

4) неучет возможных дефектов, которые не выявляются установленным объемом испытания (например, загрязнение витковой изоляции, местное увлажнение и старение изоляции, ухудшенное контактное сопротивление и пр.);

5) практическая невозможность предсказания будущего состояния, в том числе остаточного ресурса изоляции.

Традиционная система диагностики установилась в период развития парка трансформаторов, но принципиально не годится для оценки состояния работающего сегодня устаревшего оборудования. Одним из путей усовершенствования традиционной системы контроля состояния электроэнергетического оборудования является использование подхода, основанного на анализе диагностической ценности показателей. Задача усложняется многообразием возможных дефектов для каждого отдельного вида оборудования и достаточно объемным набором диагностических признаков. Однако работы в данном направлении уже проводятся. Так, например, в работе [5] приведены результаты оценки диагностической ценности некоторых методик интерпретации результатов хроматографического анализа растворенных в масле газов (ХАРГ), полученные на основе анализа более чем 300 трансформаторов, выведенных в ремонт по результатам ХАРГ.

Анализ используемых методик обнаружения развивающихся дефектов по результатам ХАРГ [14] показывает, что в них есть существенные отличия как по виду, так и по количеству отношений пар используемых газов. В табл. 3.1 приведены отношения пар характерных газов, используемых в различных методиках для интерпретации результатов ХАРГ.

Таблица 3.1 – Отношение пар характерных газов в различных методиках

Методика	Отношение пар характерных газов
Дорненбурга	CH_4/H_2 , $\text{C}_2\text{H}_2/\text{C}_2\text{H}_4$, $\text{C}_2\text{H}_6/\text{C}_2\text{H}_2$, $\text{C}_2\text{H}_2/\text{CH}_4$
Мюллера	CH_4/H_2 , $\text{C}_2\text{H}_4/\text{C}_2\text{H}_6$, CO/CO_2 , $\text{C}_2\text{H}_6/\text{C}_2\text{H}_2$
Роджерса	CH_4/H_2 , $\text{C}_2\text{H}_2/\text{C}_2\text{H}_4$, $\text{C}_2\text{H}_4/\text{C}_2\text{H}_6$, $\text{C}_2\text{H}_6/\text{CH}_4$
МЭК	CH_4/H_2 , $\text{C}_2\text{H}_2/\text{C}_2\text{H}_4$, $\text{C}_2\text{H}_4/\text{C}_2\text{H}_6$
ВЭИ	CH_4/H_2 , $\text{C}_2\text{H}_4/\text{CH}_4$, $\text{C}_2\text{H}_6/\text{CH}_4$, $\text{C}_2\text{H}_2/\text{C}_2\text{H}_4$, $\text{C}_2\text{H}_6/\text{C}_2\text{H}_2$, $\text{C}_2\text{H}_4/\text{C}_2\text{H}_6$

Учитывая, что образование газов может быть обусловлено развитием дефектов различного характера и отсутствует непосредственная зависимость между их концентрациями и снижением электрической прочности изоляции, то при оценке диагностической ценности используемых признаков необходимо опираться на результаты анализа накопленных статисти-

ческих данных ХАРГ и сопоставлении их с результатами вскрытия трансформаторов.

Вероятность совпадения прогнозируемого характера дефекта при использовании отношений пар характерных газов с фактически обнаруженным для каждой методики определялась как:

$$P_i = \frac{N_i}{N_{i\Sigma}}, \quad (3.100)$$

где N_i – число совпадений характера дефекта, спрогнозированного по результатам ХАРГ при использовании различных отношений концентраций характерных газов соответственно к i -й методике, с фактической оценкой, полученной при обследовании выведенного в ремонт трансформатора; $N_{i\Sigma}$ – общее число трансформаторов со спрогнозированным характером дефекта по результатам отношений концентраций пар газов при определении характера дефекта для i -й методики.

Диагностическая ценность применения отношений пар газов при определении характера дефекта для i -й методики рассчитывалась как:

$$Z_{D\Sigma} = \sum_n Z_D(k_p / k_j), \quad (3.101)$$

где n – число признаков;

$$Z_D(k_p / k_j) = \sum_{i=1}^m p(D_i) Z_{Di}(k_p / k_j), \quad (3.102)$$

где $Z_D(k_p / k_j)$ – общая диагностическая ценность обследования по комплексу признаков k ; $p(D_i)$ – априорная вероятность появления у объекта диагноза D_i ; $Z_{Di}(k_p / k_j)$ – диагностическая ценность реализации комплекса признаков k при диагнозе D_i .

В табл. 3.2 приведены значения вероятностей и значения диагностической ценности использования отношений концентраций пар газов для каждой методики [5].

В таблице обозначено:

P_T, P_3 – вероятность совпадения прогнозируемого характера дефекта (термического или электрического соответственно) с фактически обнаруженным; Z_{DT}, Z_{D3} – условная диагностическая ценность использования критерия отношения концентраций пар газов при определении характера дефекта (термического или электрического соответственно); Z_D – общая

диагностическая ценность использования критериального отношения концентраций пар газов при определении характера дефекта; $Z_{D\Sigma}$ – диагностическая ценность использования критериальных отношений концентраций пар газов при определении характера дефекта.

Таблица 3.2 – Диагностическая ценность различных методик интерпретации результатов ХАРГ

Методика	Параметр	CH ₄	C ₂ H ₂	C ₂ H ₄	CO	C ₂ H ₆	C ₂ H ₂	C ₂ H ₆	C ₂ H ₄	$Z_{D\Sigma}$
		H ₂	C ₂ H ₄	C ₂ H ₆	CO ₂	C ₂ H ₂	CH ₄	CH ₄	CH ₄	
Дорнен-бурга	P_T	0,80	0,96	–	–	1,0	0,82	–	–	2,67
	P_3	0,73	0,55	–	–	0,75	0,63	–	–	
	Z_{DT}	0,58	0,45	–	–	0,68	0,46	–	–	
	Z_{D3}	0,65	0,90	–	–	1,0	0,64	–	–	
	Z_D	0,61	0,67	–	–	0,84	0,55	–	–	
Мюллера	P_T	0,75	–	0,38	0,70	0,70	–	–	–	0,98
	P_3	0,82	–	0,50	0,33	0,67	–	–	–	
	Z_{DT}	0,69	–	-0,21	0,03	0,44	–	–	–	
	Z_{D3}	0,62	–	-0,16	0,07	0,47	–	–	–	
	Z_D	0,66	–	-0,19	0,05	0,46	–	–	–	
Роджерса	P_T	0,70	0,97	0,82	–	–	–	0,80	–	2,39
	P_3	0,68	0,33	0,90	–	–	–	0,67	–	
	Z_{DT}	0,46	0,24	0,84	–	–	–	0,50	–	
	Z_{D3}	0,47	0,88	0,74	–	–	–	0,63	–	
	Z_D	0,47	0,56	0,79	–	–	–	0,57	–	
МЭК	P_T	0,92	0,98	0,97	–	–	–	–	–	2,83
	P_3	0,98	0,94	0,95	–	–	–	–	–	
	Z_{DT}	0,97	0,92	0,93	–	–	–		–	
	Z_{D3}	0,89	0,97	0,96	–	–	–		–	
	Z_D	0,93	0,95	0,95	–	–	–		–	
ВЭИ	P_T	0,83	0,95	0,40	–	0,78	–	0,68	0,64	1,90
	P_3	0,66	0,40	0,60	–	0,58	–	0,58	0,33	
	Z_{DT}	0,51	0,29	0	–	0,38	–	0,30	–0,03	
	Z_{D3}	0,67	0,83	0	–	0,54	–	0,37	–0,06	
	Z_D	0,59	0,56	0	–	0,46	–	0,34	–0,05	

Приведенные в табл. 3.2 результаты показывают, что наибольшую диагностическую ценность при распознавании характера развивающегося дефекта имеет методика МЭК (IEC 60599).

В работе [15] выполнена оценка диагностических показателей трансформаторных масел. Практические примеры построения диагностических моделей на основе анализа диагностической ценности признаков приведены в работах [7–10], а также в подразделе 4.4 данного учебного пособия.

Вопросы для самоконтроля

1. Энтропия системы.
2. Дайте определение и поясните термин «количество информации».
3. Информация относительно состояния системы.
4. Классификация диагностических признаков.
5. Диагностический вес признаков.
6. Условный и независимый вес признаков.
7. Диагностический вес реализации комплекса признаков.
8. Частная диагностическая ценность обследования.
9. Общая диагностическая ценность обследования.
10. Диагностическая ценность одновременного обследования по комплексу признаков.
11. Диагностическая ценность при последовательном проведении обследования.
12. Оптимизация процедуры диагностики изоляции на основе анализа информационной значимости диагностических признаков.
13. Особенности определения диагностической ценности показателей качества изоляции высоковольтного электроэнергетического оборудования.

Литература к разделу

Основная

1. Биргер И.А. Техническая диагностика / И.А. Биргер. – М. : Машиностроение, 1978. – 240 с.
2. Шеннон К. Работы по теории информации и кибернетике / К. Шеннон. – М. : Изд-во иностранной литературы, 1963. – 827 с.

3. Файнштейн А. Основы теории информации / А. Файнштейн. – М. : Изд-во иностранной литературы, 1965. – 140 с.

4. Лапа В.Г. Математические основы кибернетики / В.Г. Лапа. – Киев : Вища школа, 1974. – 452 с.

Дополнительная

5. Львов М.Ю. Оценка информативности показателей контроля технического состояния изоляции трансформаторного оборудования / М.Ю. Львов // Электрические станции. – 2002. – № 12. – С. 44–51.

6. Ванин Б.В. О повреждениях силовых трансформаторов напряжением 110–500 кВ в эксплуатации / Б.В. Ванин, Ю.Н. Львов, М.Ю. Львов и др. // Электрические станции. – 2001. – № 9. – С. 53–59.

7. Бондаренко В.Е. Оптимизация системы информационных показателей качества трансформаторного масла для технического эксплуатационного контроля маслонаполненного энергетического оборудования / В.Е. Бондаренко, О.В. Шутенко // Інформаційно-керуючі системи на залізничному транспорті. – Харків : УДАЗТ, – 2003. – № 2. – С. 46–50.

8. Бондаренко В.Е. Повышение эффективности эксплуатационного измерительного контроля трансформаторных масел: Монография / В.Е. Бондаренко, П.Ф. Щапов, О.В. Шутенко. – Харків : НТУ «ХПІ», 2007. – 452 с.

9. Бондаренко В.Е. Метод выделения оптимального числа наиболее информативных показателей качества при синтезе регрессионных моделей для оценки степени старения жидкой изоляции трансформаторов / В.Е. Бондаренко, О.В. Шутенко // Технічна електродинаміка. – Київ : Інститут електродинаміки НАН України, 2006. – № 5, тем. вип. – С. 88–93.

10. Шутенко О.В. Оценка степени окисления трансформаторных масел с помощью модели множественной нелинейной регрессии / О.В. Шутенко, Д.Н. Баклай // Вісник НТУ «ХПІ». – 2011. – № 16. – С. 192–200.

11. Сиднеев И.М. К вопросу о синтезе логических схем для поиска неисправностей и контроля состояния сложных систем / И.М. Сиднеев // Известия АН СССР. Техническая кибернетика. – 1963. – № 2. – С. 65–69.

12. Верзаков Г.Ф. Введение в техническую диагностику / Г.Ф. Верзаков, Н.В. Киншт, В.И. Рабинович, Л.С. Тимонен. – М. : Энергия, 1968. – 224 с.
13. Состояние парка силовых трансформаторов в энергосистемах России и обобщение результатов его обследования и ремонтов / В.В. Смекалов, А.П. Долин, Н.Ф. Першина, Н.Н. Хубларов // Тезисы докладов X Международной научно-техн. конференции «Трансформаторостроение 2000» (19–21 сентября 2000 г.). – Запорожье : ПО ЗТВ, 2000. – С. 142–144.
14. Алексеев Б.А. Контроль состояния (диагностика) крупных силовых трансформаторов / Б.А. Алексеев. – М. : Изд-во НЦ ЭНАС, 2002. – 216 с.
15. Шутенко О.В. Оценка информативности показателей качества трансформаторного масла при эксплуатационном контроле технического состояния изоляции высоковольтных трансформаторов /О.В. Шутенко// Вестник НТУ «ХПИ». Электроэнергетика и преобразовательная техника. – 2004. – № 7. – С. 88–98.

РАЗДЕЛ 4

МЕТОДЫ РАЗДЕЛЕНИЯ В ПРОСТРАНСТВЕ ПРИЗНАКОВ

Одними из наиболее важных методов диагностики являются методы разделения в пространстве признаков. Эти методы основаны на естественной «гипотезе компактности», согласно которой точки, отображающие одно и то же состояние (диагноз), группируются в одной области пространства признаков.

4.1. Линейные методы разделения

Пространство признаков – каждая конкретная система (объект) может быть охарактеризована вектором \mathbf{x} в многомерном пространстве признаков:

$$\mathbf{x} = \{x_1, x_2, \dots, x_N\}. \quad (4.1)$$

Компоненты вектора \mathbf{x} могут быть дискретными или непрерывными величинами. Дискретные величины [1] обычно выражают разряды (интервалы) диагностических признаков (количественных и качественных), непрерывные величины – диагностические параметры системы (температуру, давление, значение токов загрузки, напряжение и др.).

Часто оказывается удобным представить объект как точку многомерного пространства (конец вектора \mathbf{x}). Если система описывается с помощью простых (двухразрядных) признаков, то компоненты вектора выражаются двоичными числами. Тогда, естественно, каждый из объектов в пространстве простых признаков является одной из вершин единичного N -мерного куба. Например, в трехмерном пространстве объект $\mathbf{x}(0, 0, 1)$ изображается точкой, показанной на рис. 4.1.

Во многих случаях удобно использовать трехразрядные признаки, в которых: «1» – наличие признака; «–1» – отсутствие признака; «0» – не обследовано. Пространство признаков располагается по граням и вершинам N -мерного куба, сторона которого равна двум. Если точка (вектор) \mathbf{x} относится к объекту (системе) с диагнозом D_i , то это записывается так:

$$\mathbf{x} \in D_i. \quad (4.2)$$

Равенство (4.2) одновременно означает, что точка (объект) \mathbf{x} относится к области диагноза D_i в пространстве признаков.

Областью диагноза D_i называется множество точек пространства признаков (объектов), обладающих состоянием (диагнозом) D_i . Обычно такие области заполняют достаточно компактно часть пространства признаков. *Условие компактности* состоит в том, что число граничных точек мало по сравнению с общим числом точек области.

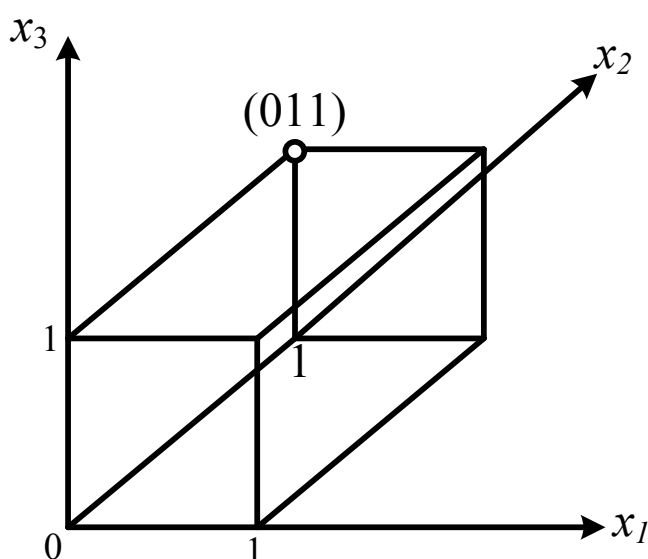


Рисунок 4.1 – Пространство простых двухразрядных признаков

4.1.1. Дискриминантные и разделяющие функции

Пусть в пространстве признаков (параметров) содержатся точки, принадлежащие n различным диагнозам (состояниям) D_1, \dots, D_n .

Дискриминантными функциями [1] для этих диагнозов будем называть скалярные функции $f_i(\mathbf{x})$ ($i = 1, 2, \dots, n$), удовлетворяющие условию:

$$f_i(\mathbf{x}) > f_j(\mathbf{x}) \text{ при } \mathbf{x} \in D_i \quad (j = 1, 2, \dots, n; j \neq i). \quad (4.3)$$

Таким образом, функция $f_i(\mathbf{x})$ принимает для точек диагноза D_i наибольшие значения по сравнению со всеми другими дискриминантными функциями. Обозначение $f_i(\mathbf{x})$ в краткой форме указывает зависимость

функции от всех координат пространства x_1, \dots, x_N ; $f_i(\mathbf{x}) = f_i(x_1, x_2, \dots, x_N)$.

Пример линейной дискриминантной функции для i -го диагноза

$$f_i(\mathbf{x}) = \lambda_{i1}x_1 + \lambda_{i2}x_2 + \dots + \lambda_{iN}x_N + \lambda_{i,N+1},$$

где $\lambda_{i1}, \dots, \lambda_{i,N+1}$ – весовые коэффициенты.

Если диагнозы D_i и D_j в пространстве признаков имеют общую границу, то уравнение разделяющей поверхности будет таким:

$$f_i(\mathbf{x}) - f_j(\mathbf{x}) = 0. \quad (4.4)$$

Существенное практическое значение имеет разделение на два диагноза (состояния) D_1 и D_2 (например, исправное и неисправное). Этот случай часто называется дихотомией или дифференциальной диагностикой.

При распознавании двух состояний в качестве разделяющей функции можно принять разность соответствующих дискриминантных функций

$$f(\mathbf{x}) = f_1(\mathbf{x}) - f_2(\mathbf{x}). \quad (4.5)$$

С помощью разделяющей функции можно указать следующее *решающее правило*:

$$f(\mathbf{x}) > 0 \text{ при } \mathbf{x} \in D_1; \quad f(\mathbf{x}) < 0 \text{ при } \mathbf{x} \in D_2. \quad (4.6)$$

Уравнение разделяющей поверхности $f(\mathbf{x}) = 0$.

Для повышения надежности распознавания применяют «пороги чувствительности», и тогда решающее правило формулируется следующим образом:

$$\begin{aligned} &\text{при } f(\mathbf{x}) \geq \varepsilon \text{ } \mathbf{x} \in D_1; \text{ при } f(\mathbf{x}) \leq -\varepsilon \text{ } \mathbf{x} \in D_2; \\ &\text{при } -\varepsilon < f(\mathbf{x}) < \varepsilon \text{ отказ от распознавания.} \end{aligned} \quad (4.7)$$

В этих соотношениях ε – достаточно малая положительная величина. При отказе от распознавания для принятия решения требуется поступление дополнительной информации.

В рассматриваемом случае [условия (4.7)] имеется разделяющий слой (рис. 4.2), толщина которого зависит от выбранных значений порогов. Отметим, что поверхности, разделяющие области диагнозов в пространстве признаков, могут быть различными, так как выбор дискриминантных функций не является однозначным.

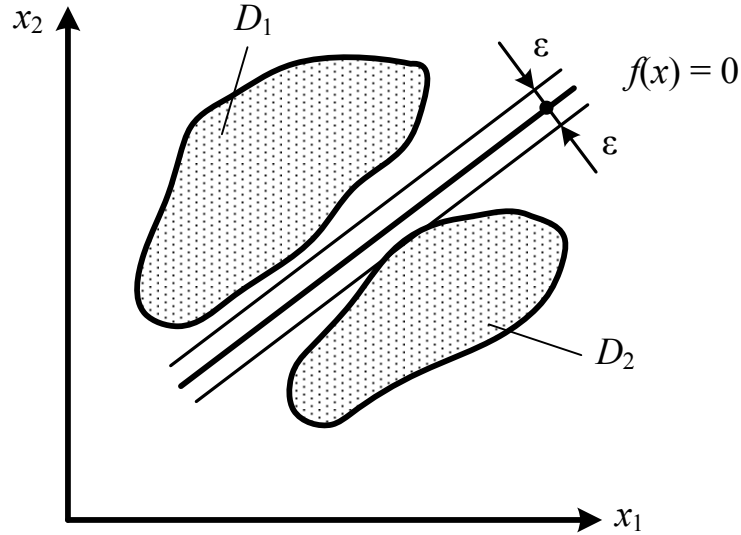


Рисунок 4.2 – Разделяющая поверхность и разделяющий слой в пространстве признаков

Линейные разделяющие функции. Один из важнейших классов разделяющих функций связан с линейными дискриминантными функциями [1]. Тогда разделяющая функция при распознавании двух классов

$$f(\mathbf{x}) = f_1(\mathbf{x}) - f_2(\mathbf{x}) = \lambda_1 x_1 + \lambda_2 x_2 + \dots + \lambda_N x_N + \lambda_{N+1}, \quad (4.8)$$

$$\lambda_j = \lambda_{1j} - \lambda_{2j} \quad (j = 1, 2, \dots, N + 1). \quad (4.9)$$

Величины λ_j называются весовыми коэффициентами. Методы распознавания с помощью линейных разделяющих функций называются линейными методами разделения. Диагнозы, для которых возможно такое распознавание, считаются линейно-разделимыми.

Весовые коэффициенты λ_j образуют весовой вектор с числом компонентов $N + 1$:

$$\lambda = \{\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_N, \lambda_{N+1}\}. \quad (4.10)$$

Для удобства геометрической интерпретации дополним вектор \mathbf{x} еще одним компонентом

$$x_{N+1} \equiv 1. \quad (4.11)$$

Тогда дополненный вектор признаков

$$\mathbf{x}^* = \{x_1, x_2, \dots, x_N, x_{N+1}\}. \quad (4.12)$$

Разделяющую функцию при диагностике на два состояния можно представить в виде скалярного произведения

$$f(\bar{x}^*) = \lambda \cdot \mathbf{x}^*. \quad (4.13)$$

Условия разделения (*решающее правило*)

$$\begin{aligned} f(x^*) &= \lambda \cdot \mathbf{x}^* > 0 \text{ при } \mathbf{x}^* \in D_1; \\ f(x^*) &= \lambda \cdot \mathbf{x}^* < 0 \text{ при } \mathbf{x}^* \in D_2. \end{aligned} \quad (4.14)$$

Разделяющая поверхность является плоскостью в $(N + 1)$ -мерном пространстве или *гиперплоскостью*. Уравнение разделяющей гиперплоскости

$$f(x^*) = \lambda \cdot \mathbf{x}^* = \lambda_1 x_1 + \lambda_2 x_2 + \dots + \lambda_N x_N + \lambda_{N+1} = 0. \quad (4.15)$$

Уравнение (4.15) означает, что весовой вектор λ перпендикулярен разделяющей гиперплоскости. В дополненном пространстве признаков разделяющая гиперплоскость всегда проходит через начало координат.

Линейная разделяющая функция в дополненном пространстве признаков имеет простой геометрический смысл $f(x^*) = \lambda \cdot \mathbf{x}^* = h$, где h – проекция вектора \mathbf{x}^* на направление весового вектора λ , что следует из смысла скалярного произведения. Абсолютная величина h равна расстоянию точки \mathbf{x}^* до разделяющей плоскости $\lambda \cdot \mathbf{x}^* = 0$. Значение h положительно, если точка \mathbf{x}^* находится в полупространстве, векторы точек которого дают положительную проекцию на вектор λ .

4.1.2. Нахождение разделяющей гиперплоскости

Разделяющая гиперплоскость проходит через начало координат (в дополненном пространстве признаков) и нормальна по отношению к весовому вектору λ . Следовательно, вектор λ однозначно определяет положение разделяющей плоскости в пространстве признаков, и задача сводится к нахождению вектора λ .

Под *обучающей последовательностью* понимается совокупность образцов с известным диагнозом (совокупность *верифицированных* образцов). Эта последовательность используется для *обучения*, в данном случае нахождения весового вектора (разделяющей гиперплоскости). Пусть в пространстве признаков имеются две области диагнозов D_1 и D_2 . Они изображены для трехмерного пространства признаков на рис. 4.3.

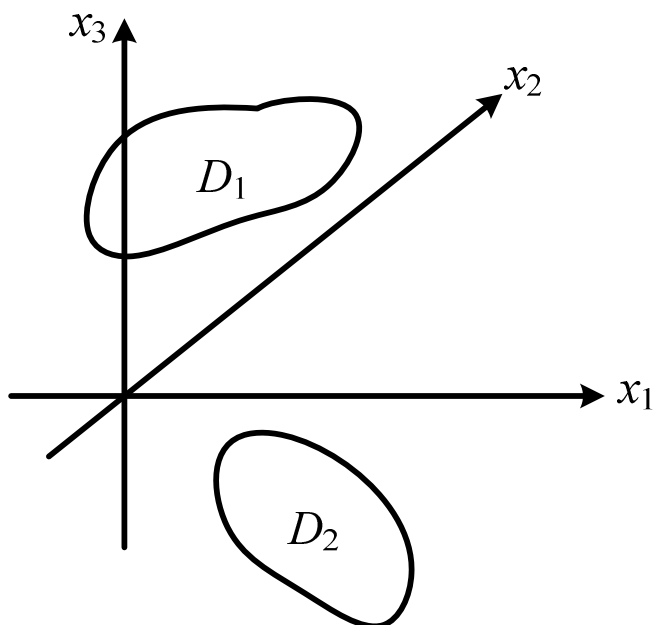


Рисунок 4.3 – Области диагнозов в пространстве признаков

Введем в рассмотрение объединенную область диагнозов [4.2]

$$D_1 \text{ и } D_2^* : D = D_1 \cup D_2^*,$$

где D_2^* – область диагноза D_2 , симметрично отображенная относительно начала координат (рис. 4.3). Знак \cup обозначает объединенное множество.

Область D_2^* получается из D_2 , если знак у векторов $\mathbf{x} \in D$ изменить на противоположный. Области D_1 и D_2^* могут иметь общие точки. Теперь разделяющая функция будет удовлетворять условию

$$f(\mathbf{x}^*) = \lambda \cdot \mathbf{x}^* > 0 \text{ при } \mathbf{x}^* \in D_1 \cup D_2^*. \quad (4.16)$$

Следовательно, объединенная область D должна располагаться по одну сторону от разделяющей гиперплоскости, или, что равносильно, гиперплоскость не должна пересекать объединенную область диагноза.

В дальнейшем придется часто рассматривать векторы в дополненном пространстве ($x_{N+1} = 1$) признаков и для простоты опустим индекс * у вектора \mathbf{x} . Уравнение гиперплоскости запишем так:

$$f(\mathbf{x}) = \lambda \cdot \mathbf{x} = 0. \quad (4.17)$$

При определении вектора λ применяется процедура последовательных приближений. Для обучения предъявляется первый образец $\mathbf{x}_{(1)}$, относительно которого диагноз известен. В качестве первого приближения для вектора λ принимается

$$\lambda_{(1)} = \mathbf{x}_{(1)}, \text{ если } \mathbf{x}_{(1)} \in D_1. \quad (4.18)$$

На рис. 4.4 показан случай, когда первый образец принадлежит области D_2 .

Разделяющая плоскость для первого приближения описывается уравнением

$$\lambda_{(1)} \cdot \mathbf{x} = 0, \quad (4.19)$$

то есть разделяющая плоскость перпендикулярна вектору первой точки. Далее предъявляется второй образец, описываемый вектором $\mathbf{x}_{(2)}$. На рис. 4.4 этот образец относится к диагнозу D_1 . Сначала проверяется правильность предыдущего приближения для разделяющей плоскости. Если выполняется условие $\lambda_{(1)} \cdot \mathbf{x}_{(2)} > 0$, то весовой вектор не требует корректировки и во втором приближении принимается $\lambda_{(2)} = \lambda_{(1)}$.

Случай, когда во втором приближении не требуется внесения поправки, показан на рис. 4.4. Далее предъявляется третий образец $\mathbf{x}_{(3)}$ и проводится проверка предыдущего значения весового вектора. Если $\lambda_{(2)} \cdot \mathbf{x}_{(3)} > 0$, то исправления вектора не требуется и принимается $\lambda_{(3)} = \lambda_{(2)}$ (точки $\mathbf{x}_{(1)}$, $\mathbf{x}_{(2)}$, $\mathbf{x}_{(3)}$ лежат по одну сторону от разделяющей плоскости). Если $\lambda_{(2)} \cdot \mathbf{x}_{(3)} < 0$ (этот случай показан на рис. 4.4), то условие разделения (4.16) $\lambda \cdot \mathbf{x} > 0$ не выполняется и требуется скорректировать весовой вектор. Принимают теперь $\lambda_{(3)} = \lambda_{(2)} + \mathbf{x}_{(3)}$ и далее переходят к показу следующего образца.

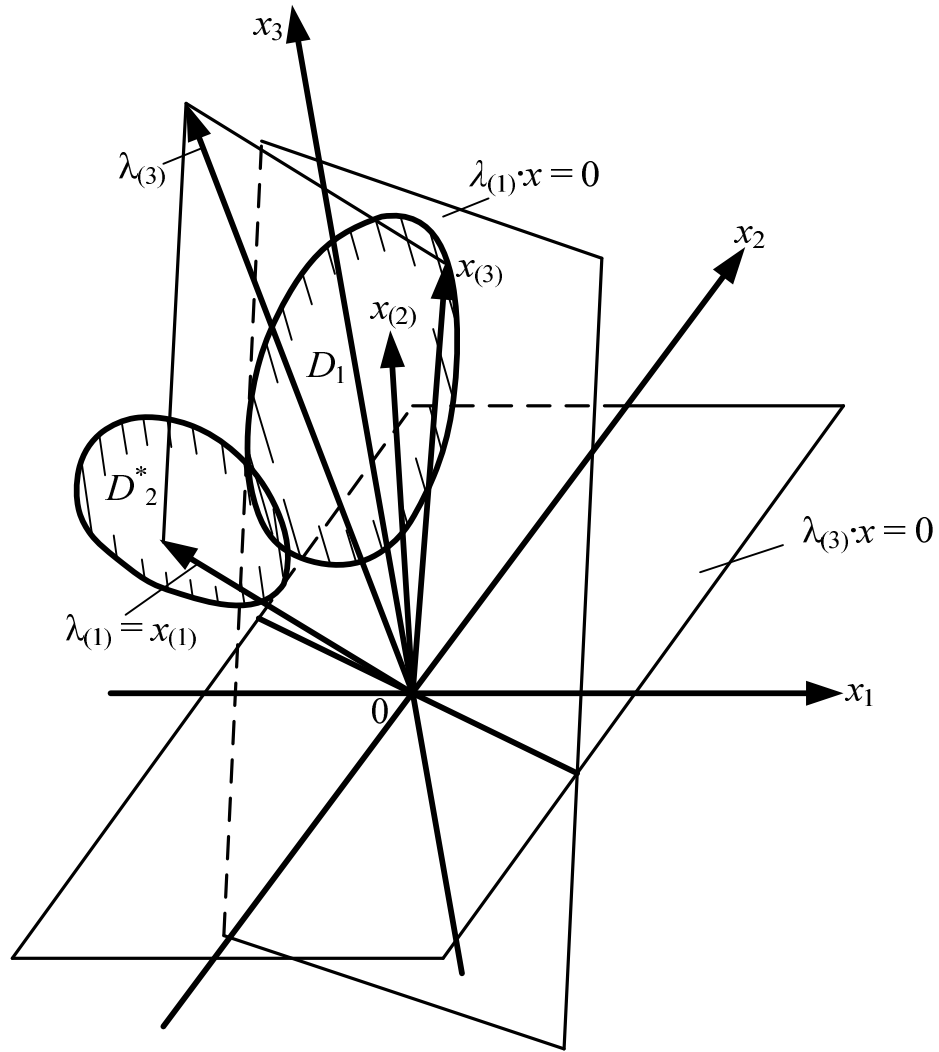


Рисунок 4.4 – Процедура построения разделяющей плоскости

В общем виде описанную процедуру можно представить так:

$$\lambda_{(n+1)} = \lambda_{(n)} + r_{n+1} \cdot \mathbf{x}_{(n+1)}. \quad (4.20)$$

В последнем равенстве:

$$\text{при } \mathbf{x}_{(n+1)} \in D_1 r_{n+1} = \begin{cases} 0, & \text{если } \lambda_{(n)} \cdot \mathbf{x}_{(n+1)} > 0, \\ 1, & \text{если } \lambda_{(n)} \cdot \mathbf{x}_{(n+1)} < 0; \end{cases} \quad (4.21)$$

$$\text{при } \mathbf{x}_{(n+1)} \in D_2 r_{n+1} = \begin{cases} -1, & \text{если } \lambda_{(n)} \cdot \mathbf{x}_{(n+1)} > 0; \\ 0, & \text{если } \lambda_{(n)} \cdot \mathbf{x}_{(n+1)} < 0. \end{cases} \quad (4.22)$$

Иными словами, при неправильных ответах к вектору $\lambda_{(n)}$ добавляется вектор точки, относительно которой была совершена ошибка. Равенства

(4.21) и (4.22) можно записать в более компактной форме, если воспользоваться разделяющей функцией

$$f(\mathbf{x}) = \lambda \cdot \mathbf{x}$$

и n -м приближением для нее

$$f_{(n)}(\mathbf{x}) = \lambda_{(n)} \cdot \mathbf{x},$$

тогда

$$r_{n+1} = \frac{[\text{sign}f(\mathbf{x}_{(n+1)}) - \text{sign}f_{(n)}(\mathbf{x}_{(n+1)})]}{2}, \quad (4.23)$$

$$\text{где } \text{sign}\varphi = \begin{cases} 1 & \text{при } \varphi > 0; \\ -1 & \text{при } \varphi < 0. \end{cases}$$

Например, если показывается $n+1$ -й образец, принадлежащий диагнозу D_1 :

$$\mathbf{x}_{(n+1)} \in D_1, f(\mathbf{x}_{(n+1)}) > 0 \text{ и } f_{(n)}(\mathbf{x}_{(n+1)}) = \lambda_{(n)} \cdot \mathbf{x}_{(n+1)} > 0, \quad (4.24)$$

то из равенства (4.23) находим $r_{n+1} = (1 - 1)/2 = 0$, что и соответствует первой строчке формулы (4.21). Если $\mathbf{x}_{(n+1)} \in D_2$; $f(\mathbf{x}_{(n+1)}) < 0$, то при $\lambda_{(n)} \cdot \mathbf{x}_{(n+1)} > 0$; $f_{(n)}(\mathbf{x}_{(n+1)}) > 0$ получаем $r_{n+1} = (-1 - 1)/2 = -1$, что совпадает с равенством (4.22).

4.1.3. Обобщенный алгоритм нахождения разделяющей гиперплоскости

Рассмотрим теперь обобщенный алгоритм нахождения весового вектора с помощью показа образцов из обучающей последовательности [1]. Будем считать, что векторы объектов \mathbf{x} принадлежат объединенной области диагнозов, то есть

$$\begin{aligned} \mathbf{x}^0 &= \mathbf{x}, \text{ если } \mathbf{x} \in D_1; \\ \mathbf{x}^0 &= -\mathbf{x}, \text{ если } \mathbf{x} \in D_2. \end{aligned} \quad (4.25)$$

Используемая ранее процедура [равенство (4.20)] для векторов объединенной области имеет вид

$$\lambda_{(n+1)} = \lambda_{(n)} + r_{n+1} \cdot \mathbf{x}_{(n+1)}^0, \quad (4.26)$$

$$\text{где } r_{n+1} = \begin{cases} 1, & \text{если } \lambda(n) \cdot \mathbf{x}_{(n+1)}^0 < 0; \\ 0, & \text{если } \lambda(n) \cdot \mathbf{x}_{(n+1)}^0 > 0. \end{cases}$$

В обобщенном алгоритме используется прежняя процедура нахождения вектора λ , но выбор скалярного корректирующего множителя r подчинен другим условиям. Пусть построены вектор $\lambda_{(n)}$ и соответствующая разделяющая плоскость, но образец $\mathbf{x}_{(n+1)}^0$ распознается неправильно:

$$\lambda_{(n)} \cdot \mathbf{x}_{(n+1)}^0 < 0.$$

Проведем корректировку вектора $\lambda_{(n)}$ так, чтобы новое положение разделяющей плоскости давало правильное распознавание объекта $\mathbf{x}_{(n+1)}^0$. Тогда по соотношению (4.26)

$$\lambda_{(n+1)} \cdot \mathbf{x}_{(n+1)}^0 = \lambda_{(n)} \cdot \mathbf{x}_{(n+1)}^0 + r_{n+1} \cdot \left| \mathbf{x}_{(n+1)}^0 \right|^2 > 0 \quad (4.27)$$

или

$$r_{n+1} > -\frac{\lambda_{(n)} \cdot \mathbf{x}_{(n+1)}^0}{\left| \mathbf{x}_{(n+1)}^0 \right|^2} = \frac{\left| \lambda_{(n)} \cdot \mathbf{x}_{(n+1)}^0 \right|}{\left| \mathbf{x}_{(n+1)}^0 \right|^2}. \quad (4.28)$$

Если же объект $\mathbf{x}_{(n+1)}^0$ распознается достоверно, то корректировки вектора $\lambda_{(n)}$ не требуется и следует положить $r_{n+1} = 0$. Пример – обобщенный алгоритм нахождения весового вектора в такой форме

$$\lambda_{(n+1)} = \lambda_{(n)} + r_{n+1} \cdot \mathbf{x}_{(n+1)}^0, \quad (4.29)$$

где

$$r_{n+1} = \begin{cases} c_{n+1} \frac{\left| \lambda_{(n)} \cdot \mathbf{x}_{(n+1)}^0 \right|}{\left| \mathbf{x}_{(n+1)}^0 \right|^2}, & \text{если } \lambda_{(n)} \cdot \mathbf{x}_{(n+1)}^0 < 0; \\ 0, & \text{если } \lambda_{(n)} \cdot \mathbf{x}_{(n+1)}^0 > 0. \end{cases} \quad (4.30)$$

Здесь c_{n+1} – скалярный множитель, соответствующий $(n+1)$ -му приближению. Если положить

$$c_{n+1} = \frac{|\mathbf{x}_{(n+1)}^0|^2}{|\boldsymbol{\lambda}_{(n)} \cdot \mathbf{x}_{(n+1)}^0|}, \quad (4.31)$$

то получается указанный ранее алгоритм. Установим достаточное условие, обеспечивающее приближение к точному решению в процессе последовательных приближений. Пусть $\boldsymbol{\lambda}$ представляет собой точное значение весового (разделяющего) вектора

$$\boldsymbol{\lambda} \cdot \mathbf{x}^0 > 0 \text{ для всех } \mathbf{x}^0 \in D_1 \cup D_2^*. \quad (4.32)$$

Вычитая из обеих частей равенства (4.29) вектор $\boldsymbol{\lambda}$ и умножая скалярно обе части равенства на себя, получим

$$|\boldsymbol{\lambda}_{(n+1)} - \boldsymbol{\lambda}|^2 = |\boldsymbol{\lambda}_{(n)} - \boldsymbol{\lambda}|^2 + 2r_{n+1}(\boldsymbol{\lambda}_{(n)} - \boldsymbol{\lambda}) \cdot \mathbf{x}_{(n+1)}^0 + r_{n+1}^2 |\mathbf{x}_{(n+1)}^0|^2. \quad (4.33)$$

Последнее соотношение представим так:

$$|\boldsymbol{\lambda}_{(n+1)} - \boldsymbol{\lambda}|^2 = |\boldsymbol{\lambda}_{(n)} - \boldsymbol{\lambda}|^2 + A. \quad (4.34)$$

Очевидно, что при $A < 0$ $|\boldsymbol{\lambda}_{(n+1)} - \boldsymbol{\lambda}| < |\boldsymbol{\lambda}_{(n)} - \boldsymbol{\lambda}|$ и при возрастании n (увеличении числа исправлений) процесс сходится к точному значению $\boldsymbol{\lambda}_{(n)} \rightarrow \boldsymbol{\lambda}$. Таким образом, достаточное условие сходимости $A < 0$.

Остается выяснить, при каких условиях справедливо последнее неравенство. Достаточно рассмотреть случай, когда $\boldsymbol{\lambda}_{(n)} \cdot \mathbf{x}_{(n+1)}^0 < 0$, так как в противном случае $\boldsymbol{\lambda}_{(n+1)} = \boldsymbol{\lambda}_{(n)}$ «исправление» не происходит. Учитывая верхнюю строчку неравенства (4.30), соотношения (4.33) и (4.34), найдем

$$A = 2c_{n+1} \frac{|\boldsymbol{\lambda}_{(n)} \cdot \mathbf{x}_{(n+1)}^0|}{|\mathbf{x}_{(n+1)}^0|^2} (\boldsymbol{\lambda}_{(n)} - \boldsymbol{\lambda}) \cdot \mathbf{x}_{(n+1)}^0 + c_{n+1}^2 \frac{|\boldsymbol{\lambda}_{(n)} \cdot \mathbf{x}_{(n+1)}^0|^2}{|\mathbf{x}_{(n+1)}^0|^2}$$

или

$$A = -2c_{n+1} \frac{|\boldsymbol{\lambda}_{(n)} \cdot \mathbf{x}_{(n+1)}^0|}{|\mathbf{x}_{(n+1)}^0|^2} \boldsymbol{\lambda} \cdot \mathbf{x}_{(n+1)}^0 - (2c_{n+1} - c_{n+1}^2) \frac{|\boldsymbol{\lambda}_{(n)} \cdot \mathbf{x}_{(n+1)}^0|^2}{|\mathbf{x}_{(n+1)}^0|^2}. \quad (4.35)$$

Первый член равенства (4.35) всегда отрицателен по условию (4.32). Второй член становится отрицательным, если

$$0 < c_{n+1} < 2. \quad (4.36)$$

Последнее условие составляет достаточное условие сходимости процесса. Обычно выбирается постоянное значение $c_{n+1} = c$, и при условии (4.36) получается сходящийся алгоритм.

4.1.4. Разделение при наличии нескольких диагнозов (состояний)

В этом случае разделение на n диагнозов осуществляется с помощью линейных дискриминантных функций [4.1]:

$$f_i(\mathbf{x}) = \lambda_i \cdot \mathbf{x}. \quad (4.37)$$

По отношению к остальным функциям должно выполняться условие

$$f_i(\mathbf{x}) > f_j(\mathbf{x}), \text{ для } \mathbf{x} \in D_i \ (j = 1, 2, \dots, n; j \neq i). \quad (4.38)$$

Допустим, что в k -м приближении определены весовые векторы $\lambda_{i(k)}$ и предъявляется $(k+1)$ -й образец $\mathbf{x}_{(k+1)}$, принадлежащий диагнозу D_i . При этом могут возникнуть две ситуации. Если

$$\lambda_{i(k)} \cdot \mathbf{x}_{(k+1)} > \lambda_{j(k)} \cdot \mathbf{x}_{(k+1)} \quad (j = 1, 2, \dots, n; j \neq i), \quad (4.39)$$

то весовые векторы не требуют корректировки и принимается

$$\lambda_{j(k+1)} = \lambda_{j(k)} \quad (j = 1, 2, \dots, n).$$

Если некоторые дискриминантные функции $f_s(\mathbf{x})$ обнаружили значения большие, чем $f_i(\mathbf{x})$, то есть

$$f_s(\mathbf{x}_{(k+1)}) > f_i(\mathbf{x}_{(k+1)}), \ \mathbf{x}_{(k+1)} \in D_i \quad (s = 1, 2, \dots, n; s \neq i),$$

то принимается

$$\lambda_{i(k+1)} = \lambda_{i(k)} + \mathbf{x}_{(k+1)}; \quad \lambda_{s(k+1)} = \lambda_{s(k)} - \mathbf{x}_{(k+1)}. \quad (4.40)$$

Таким образом, «усиливается» весовой вектор, соответствующий i -й разделяющей функции, и «ослабляются» другие весовые векторы, нарушившие условие (4.38).

4.1.5. Теорема о линейном разделении

Рассмотрим условия, при которых возможно разделение двух областей диагнозов с помощью линейной разделяющей функции (гиперплоскости). Эти условия относятся к структуре и взаимному расположению областей диагнозов (рис. 4.5).

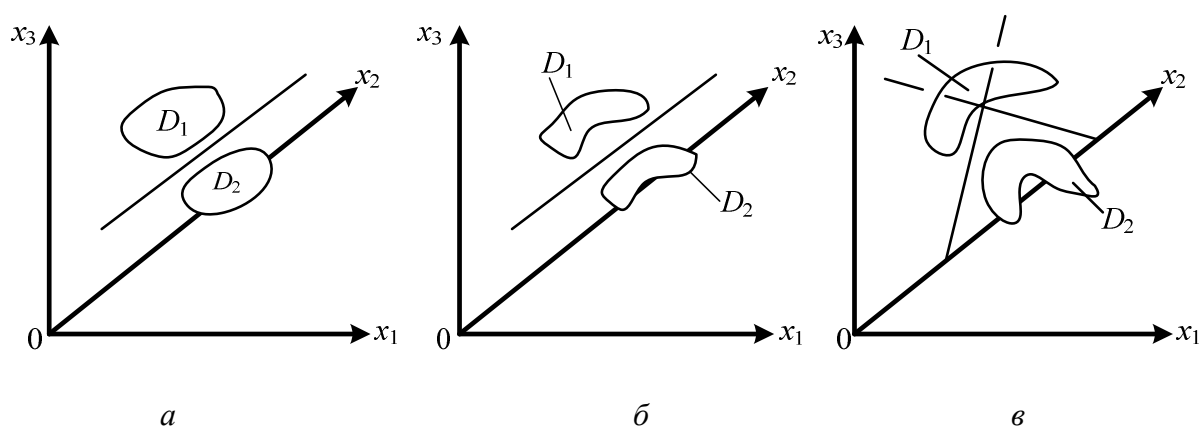


Рисунок 4.5 – Условия линейной разделимости двух областей диагнозов

В практических задачах области диагнозов характеризуются обучающими последовательностями [1], то есть некоторым числом объектов с заранее установленным диагнозом. В связи с этим выполнение условий линейной разделимости проверяется по обучающей выборке. Однако формулируемые ниже условия, естественно, относятся ко всей области диагноза.

Так как условия разделения носят детерминистский характер:

$$\begin{aligned} \text{при } f(\mathbf{x}) = \lambda \cdot \mathbf{x} > 0 \quad \mathbf{x} \in D_1; \\ \text{при } f(\mathbf{x}) = \lambda \cdot \mathbf{x} < 0 \quad \mathbf{x} \in D_2, \end{aligned} \quad (4.41)$$

то подобное разделение возможно, если области диагнозов не пересекаются.

Так как условия (4.41) представляют собой строгие неравенства, то не допускается возможность касания областей. Ограничимся рассмотрением односвязных областей диагнозов, которые характеризуются тем, что замкнутая поверхность внутри области с помощью непрерывного дефор-

мирования может быть стянута в любую точку области. Если внутри области диагноза имеется полость, или область состоит из двух замкнутых подобластей, то она не является односвязной. Достаточное условие линейной разделимости двух непересекающихся областей диагноза состоит в следующем: *области диагноза должны быть выпуклыми областями* (рис. 4.5, а). Напомним, что область называется выпуклой, если отрезок прямой, соединяющий две произвольные точки области, не выходит за ее пределы. Указанное условие можно ослабить, относя требование выпуклости только к части поверхности области, более «близкой» к другой области.

Теорема о линейном разделении содержит необходимое и достаточное условие линейной разделимости. Эта теорема формулируется следующим образом: *линейное разделение областей возможно, если существует хотя бы одно направление, на которое не перекрываются проекции областей*. Проекцией области на направление называется геометрическое место проекций всех точек области на данное направление.

Необходимость условия следует из таких соображений. Допустим, что разделяющая плоскость существует (рис. 4.5, б), тогда направление, нормальное гиперплоскости, представляет собой такое направление, относительно которого проекции областей диагнозов не перекрываются. Достаточность условий доказывается возможностью построения разделительной плоскости, если существует указанное направление. Для этого достаточно построить нормальную гиперплоскость, проходящую через точку прямой между проекциями областей диагнозов.

Если существует не одно, а несколько или бесчисленное множество направлений, для которых проекции областей диагноза не перекрываются, то задача линейного разделения имеет соответствующее число решений. Во многих случаях линейное разделение невозможно (рис. 4.5, в). Дальнейшее обобщение решающих правил состоит в использовании кусочно-линейных дискриминантных функций.

4.2. Разделение в диагностическом пространстве

Ранее рассматривались линейные разделяющие функции. Во многих случаях можно получить эффективное разделение (распознавание), используя разделяющие функции более сложного вида [1].

4.2.1. Разделяющая функция общего вида и диагностическое пространство

Рассматривается распознавание образцов двух классов (диагнозов D_1 и D_2) с помощью разделяющей функции общего вида [1]:

$$f(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^v \lambda_i \varphi_i(\mathbf{x}), \quad (4.42)$$

причем

$$\text{при } f(\mathbf{x}) > 0 \quad \mathbf{x} \in D_1; \text{ при } f(\mathbf{x}) < 0 \quad \mathbf{x} \in D_2, \quad (4.43)$$

где \mathbf{x} – вектор, изображающий объект в пространстве признаков.

В равенстве (4.42) скалярные функции векторного аргумента $\varphi_i(\mathbf{x})$ выбираются заранее, коэффициенты λ_i подлежат определению. Введем в рассмотрение диагностическое пространство размерности v , координаты точек которого

$$z_i = \varphi_i(\mathbf{x}) \quad (i = 1, 2, \dots, v). \quad (4.44)$$

В обычном пространстве признаков объект характеризуется вектором $\mathbf{x}\{x_1, x_2, \dots, x_N\}$ или «расширенным» вектором $\mathbf{x}\{x_1, x_2, \dots, x_N, 1\}$. В диагностическом пространстве объект описывается вектором $\mathbf{z} = \mathbf{x}\{z_1, z_2, \dots, z_v\}$. Равенство (4.44) устанавливает преобразование пространства признаков в диагностическое пространство. Такое преобразование целесообразно, если позволяет более просто осуществить разделение областей диагнозов.

4.2.2. Построение разделяющей функции

Разделяющая функция будет построена, если определены коэффициенты λ_i . Эти коэффициенты могут быть найдены в процессе обучения с помощью показа образцов из обучающей последовательности [1]. Наиболее простой способ – использование алгоритмов для линейной разделяющей функции в диагностическом пространстве.

После первого образца $\mathbf{x}_{(1)}$ или в диагностическом пространстве образца $\mathbf{z}_{(1)}$ разделяющая функция в диагностическом пространстве

$$f_{(1)}(\mathbf{z}) = \begin{cases} \mathbf{z}_{(1)} \cdot \mathbf{z} & \text{при } \mathbf{z}_{(1)} \in D_1; \\ -\mathbf{z}_{(1)} \cdot \mathbf{z} & \text{при } \mathbf{z}_{(1)} \in D_2, \end{cases} \quad (4.45)$$

соответственно в пространстве признаков

$$f_{(1)}(\mathbf{x}) = \begin{cases} \varphi(\mathbf{x}_{(1)}) \cdot \varphi(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^v \varphi_i(\mathbf{x}_{(1)}) \cdot \varphi_i(\mathbf{x}) & \mathbf{x}_{(1)} \in D_1; \\ -\varphi(\mathbf{x}_{(1)}) \cdot \varphi(\mathbf{x}) = -\sum_{i=1}^v \varphi_i(\mathbf{x}_{(1)}) \cdot \varphi_i(\mathbf{x}) & \mathbf{x}_{(1)} \in D_2. \end{cases} \quad (4.46)$$

Для $(n+1)$ -го приближения разделяющей функции можно записать

$$f_{(n+1)}(\mathbf{x}) = f_{(n)}(\mathbf{x}) + r_{(n+1)} \sum_{i=1}^v \varphi_i(\mathbf{x}_{(n+1)}) \varphi_i(\mathbf{x}) \quad (n = 0, 1, 2, \dots), \quad (4.47)$$

где при $\mathbf{x}_{(n+1)} \in D_1$

$$r_{n+1} = \begin{cases} 0, & \text{если } f_{(n)}(\mathbf{x}_{(n+1)}) > 0; \\ 1, & \text{если } f_{(n)}(\mathbf{x}_{(n+1)}) < 0. \end{cases} \quad (4.48)$$

При $\mathbf{x}_{(n+1)} \in D_2$ принимается

$$r_{n+1} = \begin{cases} -1, & \text{если } f_{(n)}(\mathbf{x}_{(n+1)}) > 0; \\ 0, & \text{если } f_{(n)}(\mathbf{x}_{(n+1)}) < 0. \end{cases} \quad (4.49)$$

Отметим, что $f_{(0)}(\mathbf{x}) = 0$, а значения $f_{(1)}(\mathbf{x})$ определяются равенством (4.46). Для коэффициентов разложения λ_i (компонентов весового вектора) в равенстве (4.42) получаем следующие значения в процессе последовательных приближений:

$$\lambda_{i(n+1)} = \lambda_{i(n)} + r_{n+1} \varphi_i(\mathbf{x}_{(n+1)}), \quad (4.50)$$

причем при $n = 0$ $\lambda_{i(0)} = 0$. Если существует линейное разделение в диагностическом пространстве (при конечном значении v) или представление (4.42) в пространстве признаков, то указанная процедура приводит к (конечному) вектору λ . Из условия существования конечного вектора следует

$$\lim_{v \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^v \lambda_i^2 < \infty. \quad (4.51)$$

Это ограничение существенно для бесконечномерного диагностического пространства ($v = \infty$).

4.2.3. Выбор функций $\varphi_i(\mathbf{x})$

Функции $\varphi_i(\mathbf{x})$ должны обеспечивать возможность представления в виде ряда (4.42) достаточно широкого класса функций, так как сама разделяющая функция заранее неизвестна. Естественно, что для разделяющих функций сложного вида число членов ряда (4.42) должно возрасти, и в пределе диагностическое пространство будет бесконечным:

$$f(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^{\infty} \lambda_i \varphi_i(\mathbf{x}). \quad (4.52)$$

В силу условия (4.51) $\lambda_i \rightarrow 0$ при $i \rightarrow \infty$. Для функций скалярного аргумента x разложение (4.52) заведомо возможно для всех практически встречающихся функций

$$f(x) = \sum_{i=1}^{\infty} \lambda_i \varphi_i(x). \quad (4.53)$$

В этом случае в качестве функций $\{\varphi_i(\mathbf{x})\}$ может быть выбрана какая-либо *полная система ортогональных функций* (например, разложение в ряд Фурье). Для скалярных функций векторного аргумента возможно разложение по ортогональным функциям более сложной структуры. Однако в практических задачах использование ортогональных функций не обязательно, так как ряд (4.42) всегда должен иметь конечное число членов. Один из простейших способов образования функции $\varphi_i(\mathbf{x})$ выражается равенством

$$\varphi_i(\mathbf{x}) = a_{1i}x_i + a_{2i}x_i^2 + \dots + a_{mi}x_i^m. \quad (4.54)$$

Если в правой части равенства (4.54) оставить только первый член, получаем обычную линейную разделяющую функцию. Можно использовать размерность диагностического пространства v большую, чем размерность пространства признаков N . Тогда первая группа признаков представляет функции вида (4.54), вторая группа содержит попарные комбинации двух признаков $x_i + x_j$, $x_i - x_j$, $x_i x_j$ и их степени и т. п. Возможен и другой подход к выбору «координатных» функций, если принять

$$\varphi_1(\mathbf{x}) = \sum_{j=1}^N a_{1j}x_j, \quad \varphi_2(\mathbf{x}) = \sum_{j=1}^N a_{2j}x_j^2, \quad \varphi_3(\mathbf{x}) = \sum_{j=1}^N \sum_{k=1}^N a_{3jk}x_j x_k \dots \quad (4.55)$$

При удачном выборе функций $\varphi_i(\mathbf{x})$ размерность диагностического пространства может оказаться небольшой.

4.3. Метод потенциальных функций и метод потенциалов

В качестве дискриминантных функций [4] $f_i(\mathbf{x})$ для диагноза D_i в пространстве признаков выбираются функции, имеющие наибольшее значение для точек этой области и убывающие по мере удаления от нее.

Если ввести расстояние между произвольной точкой \mathbf{x} пространства признаков и некоторой характерной точкой \mathbf{x}_i , принадлежащей диагнозу D_i ,

$$\rho(\mathbf{x}, \mathbf{x}_i) = |\mathbf{x} - \mathbf{x}_i|, \quad (4.56)$$

то следует считать, что дискриминантная функция $f_i(\mathbf{x})$ должна быть убывающей функцией этого расстояния:

$$f_i(\mathbf{x}) = f_i(\rho). \quad (4.57)$$

Так как ρ зависит от \mathbf{x} и \mathbf{x}_i , то можно записать

$$f_i(\mathbf{x}) = K(\mathbf{x}, \mathbf{x}_i), \quad (4.58)$$

где $K(\mathbf{x}, \mathbf{x}_i)$ – потенциальная функция \mathbf{x} , в которую входит \mathbf{x}_i как параметр. Точка \mathbf{x} в многомерном пространстве признаков описывает состояние объекта.

Метод потенциальных функций развит для разделения на два состояния (дифференциальная диагностика, дихотомия). В указанном случае разделяющая функция

$$f(\mathbf{x}) = f_1(\mathbf{x}) - f_2(\mathbf{x}) = K(\mathbf{x}, \mathbf{x}_1) - K(\mathbf{x}, \mathbf{x}_2). \quad (4.59)$$

Основное свойство разделяющей функции:

$$f(\mathbf{x}) > 0, \text{ если } \mathbf{x} \in D_1; f(\mathbf{x}) < 0, \text{ если } \mathbf{x} \in D_2. \quad (4.60)$$

Диагнозы (классы) D_1 и D_2 считаются непересекающимися, то есть точка \mathbf{x} может входить только в один из указанных классов. Если известна

потенциальная функция $K(\mathbf{x}, \mathbf{y})$, которую условно можно рассматривать как «потенциал» в точке \mathbf{x} от источника в точке \mathbf{y} , то при соответствующем выборе точек \mathbf{x}_1 и \mathbf{x}_2 можно построить разделяющую функцию $f(\mathbf{x})$. Потенциальная функция зависит от расстояния между точками:

$$K(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = K(|\mathbf{x} - \mathbf{y}|), \quad (4.61)$$

где $|\mathbf{x} - \mathbf{y}| = \left\{ \sum_{i=1}^N (x_i - y_i)^2 \right\}^{\frac{1}{2}}$ – расстояние между точками \mathbf{x} и \mathbf{y} .

4.3.1. Метод потенциальных функций

Наиболее простой алгоритм построения разделяющей функции $f(x)$ на основе потенциальной функции $K(\mathbf{x}, \mathbf{y})$ с помощью показа образцов из обучающей последовательности. После показа первого образца $\mathbf{x}_{(1)}$ принимается

$$f_{(1)}(x) = \begin{cases} K(\mathbf{x}, \mathbf{x}_{(1)}), & \text{если } \mathbf{x}_{(1)} \in D_1; \\ -K(\mathbf{x}, \mathbf{x}_{(1)}), & \text{если } \mathbf{x}_{(1)} \in D_2. \end{cases} \quad (4.62)$$

Далее показывается второй образец $\mathbf{x}_{(2)}$, и возможны следующие ситуации:

- а) при $\mathbf{x}_{(2)} \in D_1$ $f_{(1)}(\mathbf{x}_{(2)}) > 0$;
- б) при $\mathbf{x}_{(2)} \in D_1$ $f_{(1)}(\mathbf{x}_{(2)}) < 0$;
- в) при $\mathbf{x}_{(2)} \in D_2$ $f_{(1)}(\mathbf{x}_{(2)}) > 0$;
- г) при $\mathbf{x}_{(2)} \in D_1$ $f_{(1)}(\mathbf{x}_{(2)}) < 0$.

Для случаев а и г поправки не требуется; в случае б принимается $f_{(2)}(\mathbf{x}) = f_{(1)}(\mathbf{x}) + K(\mathbf{x}, \mathbf{x}_{(2)})$; в случае в – $f_{(2)}(\mathbf{x}) = f_{(1)}(\mathbf{x}) - K(\mathbf{x}, \mathbf{x}_{(2)})$.

Допустим, что потенциальная функция может быть представлена рядом

$$K(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = \sum_{i=1}^{\infty} \alpha_i^2 \varphi_i(\mathbf{x}) \varphi_i(\mathbf{y}), \quad (4.63)$$

где $\{\varphi_i(\mathbf{x})\}$ – некоторая система функций; α_i – числовые коэффициенты.

Рассмотрим преобразование пространства признаков \mathbf{x} в диагностическое пространство, причем координаты точки в этом пространстве

$$z_i = \alpha_i \varphi_i(\mathbf{x}), \quad (4.63)$$

где α_i – определяются как коэффициенты ряда (4.63).

Тогда первое приближение для разделяющей функции в диагностическом пространстве в соответствии с равенствами (4.62)–(4.64) будет таким:

$$f_{(1)}(\mathbf{z}) = \begin{cases} \mathbf{z} \cdot \mathbf{z}_{(1)}, & \text{если } \mathbf{z}_{(1)} \in D_1; \\ -\mathbf{z} \cdot \mathbf{z}_{(1)}, & \text{если } \mathbf{z}_{(1)} \in D_2. \end{cases} \quad (4.64)$$

Будем предполагать, что разделяющая функция может быть разложена в ряд по функциям $\varphi_i(\mathbf{x})$:

$$f(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^{\infty} \lambda_i \varphi_i(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^{\infty} \frac{\lambda_i}{\alpha_i} z_i, \quad (4.65)$$

где λ_i – коэффициенты разложения.

4.3.2. Алгоритмы распознавания в методе потенциальных функций

В общем виде рекуррентная процедура (определение значения функции по точкам) построения разделяющей функции

$$f(\mathbf{x}) > 0, \text{ если } \mathbf{x} \in D_1; f(\mathbf{x}) < 0, \text{ если } \mathbf{x} \in D_2 \quad (4.66)$$

дается следующим равенством:

$$f_{(n+1)}(\mathbf{x}) = q_{n+1} f_{(n)}(\mathbf{x}) + r_{n+1} K(\mathbf{x}, \mathbf{x}_{(n+1)}), \quad (4.67)$$

где q_{n+1}, r_{n+1} – некоторые числовые последовательности, причем в практически реализованных процессах $q_{n+1} \equiv 1$. Величина r_{n+1} может быть задана в виде

$$r_{n+1} = \gamma_{n+1} [\text{sign } f(\mathbf{x}_{(n+1)}) - \text{sign } f_{(n)}(\mathbf{x}_{(n+1)})], \quad (4.68)$$

где $f(x)$ – точное значение разделяющей функции, а $f_{(n)}(x)$ – её n -е приближение; γ_{n+1} – числовой коэффициент, причем

$$\sum_{n=1}^{\infty} \gamma_n = \infty. \quad (4.69)$$

Смысл условия (4.69) состоит в том, что величина γ_n не должна убывать слишком быстро, чтобы влияние обучающей последовательности сказывалось в большей степени. Кроме указанного соотношения, последовательность γ_n должна удовлетворять одному из следующих условий:

$$\gamma_n = \text{const}; \quad (4.70)$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \gamma_n = 0; \quad (4.71)$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \gamma_n^2 < \infty. \quad (4.72)$$

4.3.3. Метод потенциалов

В этом методе для построения дискриминантных функций также используются потенциальные функции $K(\mathbf{x}, \mathbf{y})$. Однако они получаются не в результате последовательной (рекуррентной) процедуры, как в методе потенциальных функций, а строятся на основе имеющейся предварительной информации. Алгоритм построения является не самообучающимся, как в методе потенциальных функций, а заранее выбранным, детерминированным. Однако простота метода делает его привлекательным для практических приложений.

Пусть имеется обучающая последовательность, содержащая m_i образцов, принадлежащих диагнозу D_i ($i = 1, 2, \dots, n$). Такая ситуация характерна для большинства задач технической и медицинской диагностики. Если \mathbf{x}_i представляет собой эталонный вектор диагноза D_i , то дискриминантными функциями могут быть соответствующие потенциальные функции

$$f_i(\mathbf{x}) = K(\mathbf{x}, \mathbf{x}_i). \quad (4.73)$$

В качестве эталонного образца можно принять средний образец

$$\mathbf{x}_i = \frac{1}{m_i} \sum_{s=1}^{m_i} x_i^{(s)}. \quad (4.74)$$

По физическому смыслу $f_i(\mathbf{x})$ представляет собой потенциал в точке \mathbf{x} от источника (заряда) в точке \mathbf{x}_i . Все дискриминантные функции положительны, так как потенциальные функции удовлетворяют условию:

$$K(\mathbf{x}, \mathbf{y}) > 0.$$

Очевидно, $K(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_i) > K(\mathbf{x}_j, \mathbf{x}_i)$ ($i, j = 1, 2, \dots, n; i \neq j$), так как $K(\mathbf{x}, \mathbf{y})$ – убывающая функция расстояния.

Другой метод образования дискриминантных функций состоит в использовании среднего значения потенциальной функции

$$f_i(\mathbf{x}) = \frac{1}{m_i} \sum_{s=1}^{m_i} K(\mathbf{x}, \mathbf{x}_i^{(s)}), \quad (4.75)$$

где $K(\mathbf{x}, \mathbf{x}_i^{(s)})$ – потенциальная функция для образца, принадлежащего диагнозу D_i .

Алгоритм распознавания является обычным при использовании дискриминантных функций. Предъявленный для распознавания объект относится к диагнозу согласно следующему правилу:

$$\mathbf{x} \in D_i, \text{ если } f_i(\mathbf{x}) > f_j(\mathbf{x}) \quad (j = 1, 2, \dots, n; j \neq i). \quad (4.76)$$

Очевидно, уверенность в правильной классификации будет больше, если функция $f_i(\mathbf{x})$ существенно превышает остальные. Введем меру качества (надежности) процесса распознавания

$$\xi_i(\mathbf{x}) = f_i(\mathbf{x}) / \sum_{i=1}^n f_i(\mathbf{x}). \quad (4.77)$$

В практических задачах решение о принадлежности объекта x к диагнозу D_i можно принимать, если

$$\xi_i(\mathbf{x}) > \xi_0, \quad (4.78)$$

где ξ_0 – выбранный уровень качества. Если условие (4.78) не выполняется, то для принятия решения требуется дополнительная информация.

4.4. Оптимизация системы информационных показателей качества трансформаторного масла для технического эксплуатационного контроля маслонаполненного оборудования

В процессе длительной эксплуатации трансформаторное масло находится под воздействием сильных электромагнитных полей, температуры и влиянием химически агрессивных сред. В результате этих воздействий происходит изменение химической структуры масел и ухудшение их изоляционных свойств – старение масел. Для трансформаторов напряжением 110 кВ наиболее характерным процессом старения являются окислительные реакции, то есть взаимодействие молекул углеводородов масел с кислородом. Особенностью окисления является достаточно длительная продолжительность химических реакций, которая во многом зависит от режимов работы трансформаторов. При этом существует значимая стохастическая связь [8] между значениями показателей масел и длительностью эксплуатации. Для выделения трансформаторов с ускоренным процессом окисления трансформаторных масел в [8] предложено использовать модель множественной регрессии:

$$\hat{t} = \sum_{i=1}^p f(\mathbf{x}), \quad (4.79)$$

где \hat{t} – длительность эксплуатации трансформаторных масел, определяемая по регрессионной модели; \mathbf{x} – вектор показателей качества масел; p – количество показателей качества масел (регрессоров); $f(\mathbf{x})$ – зависимости длительности эксплуатации масел от значений показателей качества масел.

Оценка степени окисления масел проводится путем сравнения действительного срока эксплуатации масел с рассчитанным по выражению (4.79). В данной ситуации работает аналогия с возрастом человека, когда есть «паспортный возраст» (количество прожитых лет) и «биологический возраст» (степень изношенности организма, которая определяется набором медицинских и физиологических признаков). Поскольку для показателей трансформаторного масла справедлива гипотеза компактности, решение о степени окисления масел принимается согласно следующему правилу:

$$\begin{aligned}
&\text{ЕСЛИ } t_i - \hat{t}_i = 0, \text{ то окисление происходит с нормальной скоростью;} \\
&\text{ЕСЛИ } t_i - \hat{t}_i > 0, \text{ то окисление ускорено;} \\
&\text{ЕСЛИ } t_i - \hat{t}_i < 0, \text{ то окисление замедлено.}
\end{aligned}
\tag{4.80}$$

При выборе вида функциональной зависимости $t = f(\mathbf{x})$ возникают существенные трудности. В условиях ограниченного объема исходных данных была использована модель множественной линейной регрессии вида:

$$\hat{t} = b_0 + \sum_{i=1}^p b_i x_i, \tag{4.81}$$

где i – номер показателя качества масла; p – количество показателей; x_i – i -й регрессор (показатель); b_0, b_1 – члены регрессионного уравнения, подлежащие определению.

При этом при обучении регрессии из-за ограниченного объема выборочных данных не учитывалась различная скорость дрейфа показателей, обусловленная разными условиями эксплуатации трансформаторов. В работе [9] по мере возрастания объема выборочных значений обучение модели (4.112) производилось уже с учетом различий в скорости окисления масел. Однако зависимости показателей качества трансформаторных масел от длительности эксплуатации имеют сложный, нелинейный характер [10, 11]. Кроме того, в [11] показано, что в зависимости от условий эксплуатации, сорта и качества масел характер дрейфа одного и того же физико-химического показателя может значительно отличаться. Выполненный анализ показал, что наибольшую достоверность аппроксимации для анализируемых зависимостей можно получить, используя квадратичный полином вида [12]:

$$\hat{t}_i = b_0 + b_1 \cdot p_i + b_2 \cdot p_i^2, \tag{4.82}$$

где \hat{t}_i – расчетная длительность эксплуатации трансформаторных масел, определяемая путем подстановки эксплуатационного значения i -го показателя в выражение (4.113); p_i – показатель качества масла; b_0, b_1, b_2 – коэффициенты регрессионной модели, подлежащие определению.

В качестве меры согласия во всех трех случаях [8] предложена модификация коэффициента согласия R^2 , учитывающая, с одной стороны, количество задаваемых для прогноза контрольных значений времени t , а с другой, число p используемых в модели (4.110) регрессоров:

$$\bar{R}_p^2 = 1 - \left(1 - R_p^2\right) \left(\frac{n}{n-p}\right), \quad (4.83)$$

где R^2 – мера согласия регрессионной модели, которая рассчитывается как (более подробно раздел 6.2):

$$R^2 = \frac{Q_1}{Q},$$

где Q_1 – дисперсия частных средних, представляет собой средний квадрат отклонений эмпирической линии регрессии от линии генеральной средней; Q – сумма квадратов отклонений y_{ji} от среднего значения \bar{y}_j .

На рис. 4.6 приведены зависимости меры согласия регрессионной модели \bar{R}_p^2 от числа членов регрессионного уравнения, полученные для трех моделей. Как видно из рис. 4.6, максимальное значение \bar{R}_p^2 из трёх моделей получено для модели (3) (с нелинейными регрессорами). Более того, четко выраженный максимум значения \bar{R}_p^2 наблюдается в модели (3) на третьем регрессоре, в модели (2) – на четвертом регрессоре и в модели (1) – на пятом регрессоре. А это значит, что для оценки степени старения масел по модели (3) необходимы измерения значений трех показателей, а для модели (1) – пяти.

Проиллюстрируем процедуру оценки степени окисления масел с использованием моделей множественной регрессии [12]. В качестве модели старения для проверки возьмем регрессионное уравнение, имеющее максимум \bar{R}_p^2 , и ограничимся количеством регрессоров, определяющих максимальное значение меры согласия, то есть три регрессора (модель 3).

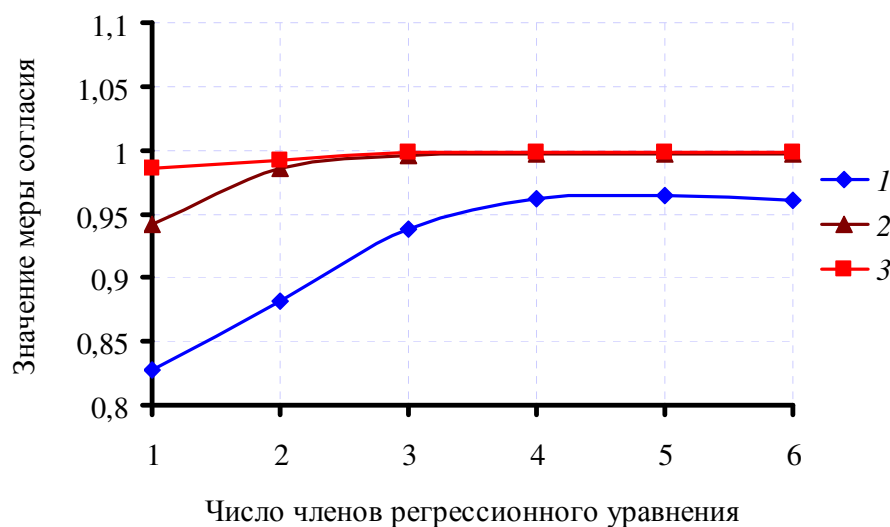


Рисунок 4.6 – Зависимости меры согласия регрессионной модели \bar{R}_p^2

от числа членов регрессионного уравнения:

1 – модель множественной линейной регрессии, обученная на выборке без учета различий в скорости окисления масел; 2 – модель множественной линейной регрессии, обученная с учетом различий в скорости окисления масел; 3 – модель множественной нелинейной регрессии, обученная с учетом различий в скорости окисления масел

Регрессионная модель старения имеет вид:

$$t = -4,559 + 240,952 p_1 - 1456,033 p_1^2 + 2,467 p_2 - 0,264 p_2^2 + 5,472 p_3 - 0,0456 p_3^2, \quad (4.84)$$

где t – расчетное время старения; p_1 – текущее значение кислотного числа масла; p_2 – текущее значение цвета масла; p_3 – текущее значение тангенса угла диэлектрических потерь масла при 90 °С.

В качестве исходных данных были взяты результаты периодического контроля состояния трансформаторных масел для трех силовых трансформаторов номинальным напряжением 110 кВ. Подставив значения показателей качества масел в уравнение (4.115), были получены три массива расчетной длительности эксплуатации. Эти значения представлены на рис. 4.7–4.9.

Как видно из рис. 4.7, для трансформатора ПС «Чистяково» Т-2 наблюдается практически полное совпадение между действительной и расчетной длительностью старения масел. На всем промежутке действитель-

ные значения длительности находятся внутри доверительного интервала (рассчитывался как $t_i \pm 3\sigma_{\text{прог}}$), что свидетельствует о том, что процесс старения трансформаторного масла протекает со скоростью, характерной для заданной загрузки. Кроме этого, следует отметить достаточно высокую точность прогноза предложенной модели. Ведь максимальная длительность старения у обучающей выборки составила 35 лет, а модель практически точно спрогнозировала значения длительности на интервале до 40 лет.

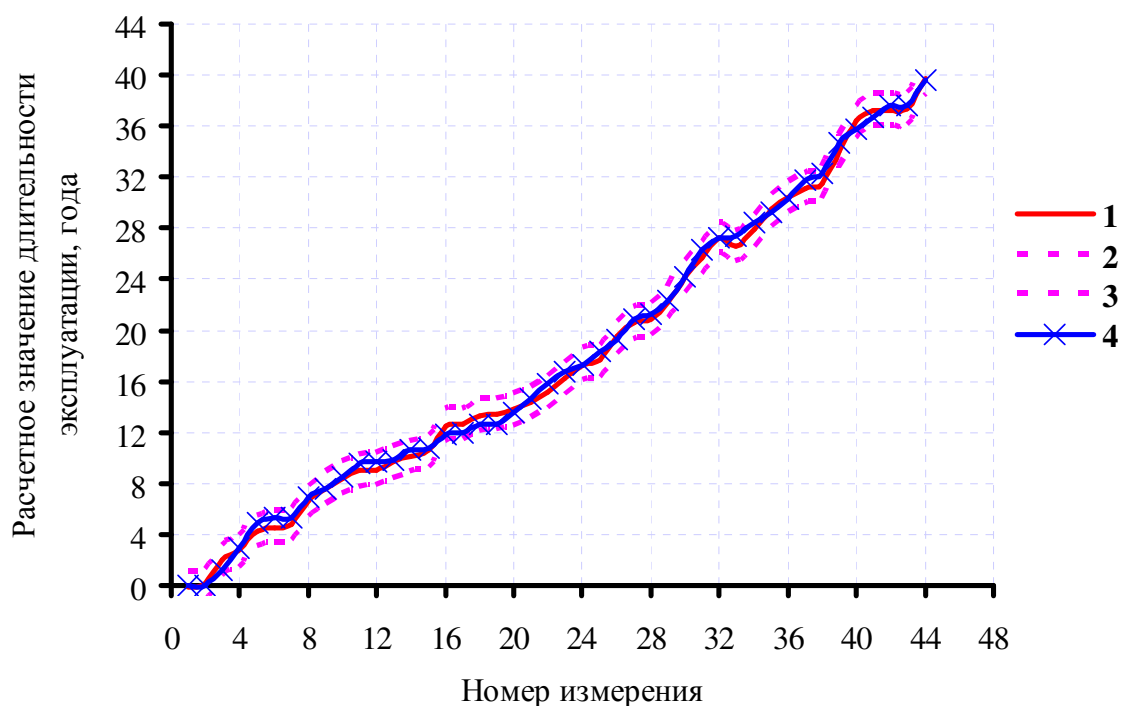


Рисунок 4.7 – Графическая иллюстрация оценки интенсивности старения масел в трансформаторе ПС «Чистяково» Т-2:

- 1 – расчетная длительность старения; 2 – верхняя граница доверительного интервала;
- 3 – нижняя граница доверительного интервала; 4 – действительная длительность старения.

Для трансформатора ПС «Постниково» Т-1 (рис. 4.8) расчетное значение длительности старения намного превышает действительные. Это свидетельствует о том, что значения показателей качества трансформаторного масла данного трансформатора соответствуют большим значениям длительности эксплуатации с загрузкой 67 %. Другими словами, скорость старения масла в трансформаторе ПС «Постниково» Т-1 намного превышает скорость старения масла в трансформаторе ПС «Чистяково» Т-2.

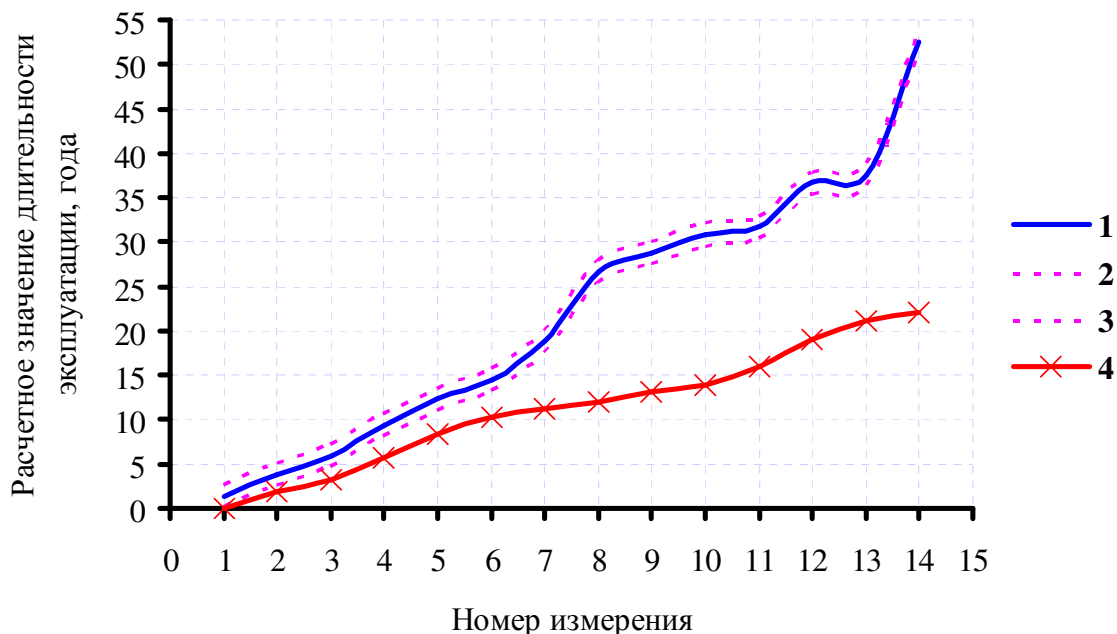


Рисунок 4.8 – Графическая иллюстрация оценки интенсивности старения масел в трансформаторе ПС «Постниково» Т-1:

- 1 – расчетная длительность старения; 2 – верхняя граница доверительного интервала;
3 – нижняя граница доверительного интервала; 4 – действительная длительность старения.

Скорость старения масла в трансформаторе ПС «Красная звезда» Т-2 намного меньше, чем скорость старения масла в трансформаторе ПС «Чистяково» Т-2 (рис. 4.9). Расчетное значение длительности старения намного меньше действительной. Для объяснения полученных результатов были проанализированы значения средней загрузки данных трансформаторов за анализируемый период эксплуатации. Оказалось, что средняя загрузка трансформатора «Чистяково» Т-2 практически совпадает со средней загрузкой обучающей выборки – 67 %. Трансформатор «Постниково» Т-1 эксплуатировался со значительной перегрузкой 78 %. Загрузка третьего трансформатора «Красная звезда» Т-2 составила 26 %. Такое различие в загрузке трансформаторов и обусловило различную скорость дрейфа показателей качества трансформаторных масел.

Таким образом, разработанная модель позволяет распознавать трансформаторы с различной интенсивностью окисления трансформаторных масел, которая обусловлена различными режимами эксплуатации трансформаторов.

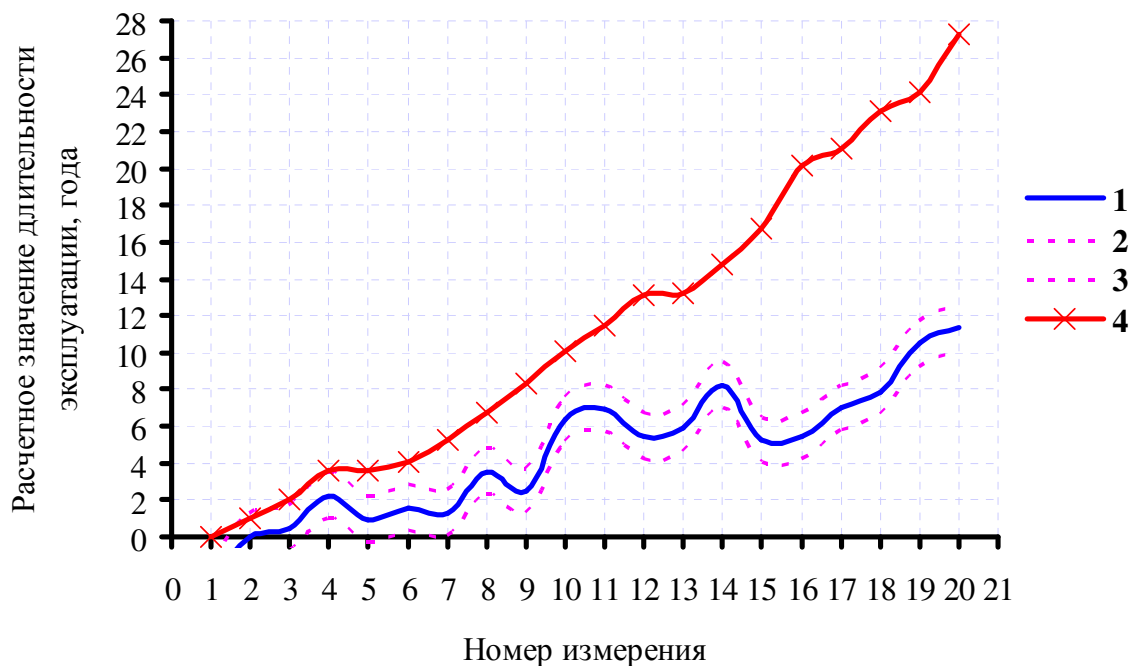


Рисунок 4.9 – Рисунок 4.8 – Графическая иллюстрация оценки интенсивности старения масел в трансформаторе ПС «Красная звезда» Т-2:

- 1 – расчетная длительность старения; 2 – верхняя граница доверительного интервала;
3 – нижняя граница доверительного интервала; 4 – действительная длительность старения.

Вопросы для самоконтроля

1. Линейные методы разделения в пространстве признаков.
2. Дискриминантные и разделяющие функции.
3. Нахождение разделяющей гиперплоскости.
4. Разделение при наличии нескольких диагнозов (состояний).
5. Теорема о линейном разделении.
6. Разделение в диагностическом пространстве.
7. Выбор разделяющей функции.
8. Метод потенциальных функций.
9. Алгоритм распознавания в методе потенциальных функций.
10. Метод потенциалов.
11. Оптимизация системы информационных показателей качества трансформаторного масла для технического эксплуатационного контроля маслонаполненного энергетического оборудования.

Литература к разделу

Основная

1. Биргер И.А. Техническая диагностика / И.А. Биргер. – М. : Машиностроение, 1978. – 240 с.
2. Нильсон Н. Обучающие машины / Н. Нильсон. – М. : Наука, 1967. – 180 с.
3. Адельсон-Вельский Г.М. Об одном классе обучающих алгоритмов узнавания / Г.М. Адельсон-Вельский, П.Е. Кунин, А.А. Леман. – Докл. АН СССР. – 1967. – Т. 173, № 3, С. 532 – 535.
4. Айзерман М.А. Метод потенциальных функций в теории обучения машин / М.А. Айзерман, Э.М. Браверманн, Л.И. Розоноэр. – М. : Наука, 1970. – 384 с.
5. Аркадьев А.Г. Обучение машины распознаванию образов / А.Г. Аркадьев, Э.М. Браверманн. – М. : Наука, 1964. – 110 с.
6. Цыпкин Я.З. Адаптация и обучение в автоматических системах / Я.З. Цыпкин. – М. : Наука, 1968. – 399 с.
7. Цыпкин Я.З. Основы теории обучающих систем / Я.З. Цыпкин. – М. : Наука, 1970. – 251 с.

Дополнительная

8. Бондаренко В.Е. Оптимизация системы информационных показателей качества трансформаторного масла для технического эксплуатационного контроля маслонаполненного энергетического оборудования / В.Е. Бондаренко, О.В. Шутенко // Інформаційно-керуючі системи на залізничному транспорті. – Харків : УДАЗТ. – 2003. – № 2. – С. 46–50.
9. Бондаренко В.Е. Повышение эффективности эксплуатационного измерительного контроля трансформаторных масел : монография / В.Е. Бондаренко, П.Ф. Щапов, О.В. Шутенко. – Харків : НТУ «ХПИ», 2007. – 452 с.
10. Шутенко О.В. Особенности дрейфа показателей качества трансформаторного масла в течение длительной эксплуатации / О.В. Шутенко // Інтегровані технології та енергозбереження. – Харків : НТУ «ХПИ». – 2007. – № 4. – С. 26–30.
11. Шутенко О.В. Исследование особенностей старения трансформаторных масел в условиях длительной эксплуатации / О.В. Шутенко // Вісник

НТУ «ХП». – 2010. – № 36. – С. 131–141.

12. Шутенко О.В. Оценка степени окисления трансформаторных масел с помощью модели множественной нелинейной регрессии / О.В. Шутенко, Д.Н. Баклай // Вісник НТУ «ХП». – 2011. – № 16. – С. 192–200.

13. Бондаренко В.Е. Метод выделения оптимального числа наиболее информативных показателей качества при синтезе регрессионных моделей для оценки степени старения жидкой изоляции трансформаторов / В.Е. Бондаренко, О.В. Шутенко // Технічна електродинаміка. – Київ : Інститут електродинаміки НАН України. – 2006. – № 5, тем. вип. – С. 88–93.

14. Бондаренко В.Е. Сравнительный анализ эффективности традиционной и вероятностной систем оценки состояния жидкой изоляции высоковольтных трансформаторов на примере действующего оборудования / В.Е. Бондаренко, О.В. Шутенко, В.В. Черкашина // Вісник НТУ «ХП». – 2006. – № 28. – С. 7–18.

15. Шутенко О.В. Комплексный корреляционный анализ показателей качества трансформаторного масла / О.В. Шутенко // Вісник НТУ «ХП». – 2008. – № 45. – С. 156–167.

РАЗДЕЛ 5

МЕТРИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ РАСПОЗНАВАНИЯ

5.1. Метрика пространства признаков

Координаты пространства. В пространстве признаков объект характеризуется N -мерным вектором $\mathbf{x} = (x_1, x_2, \dots, x_N)$. Координаты пространства x_j могут быть непрерывными или дискретными величинами [1]. В последнем случае x_j представляет признак k_j , имеющий несколько диагностических разрядов. Часто используется кодирование признаков в бинарном коде. Тогда координата x_j выражается двоичным числом и может иметь значения: $x_{j1} = 0, x_{j2} = 1$. При использовании унитарного (двоичного) кода возможны значения таковых: $x_{j1} = -1, x_{j2} = 1$.

В диагностическом пространстве объект описывается вектором, размерность которого может отличаться от размерности вектора в пространстве признаков. В качестве координат диагностического пространства принимаются функции $z_j = \varphi_j(\mathbf{x})$.

Евклидово расстояние между точками

Обычное расстояние между точками x и a пространства признаков

$$\begin{aligned} l(x, a) &= |x - a| = \sqrt{(x_1 - a_1)^2 + \dots + (x_N - a_N)^2} = \\ &= \left\{ \sum_{j=1}^N (x_j - a_j)^2 \right\}^{\frac{1}{2}}. \end{aligned} \quad (5.1)$$

Равенство (5.1) устанавливает метрику евклидова пространства, причем основные метрические свойства этого пространства выражаются условиями:

$$\begin{aligned} l(a, b) &= l(b, a); \quad l(a, b) \geq 0; \quad l(a, a) = 0; \\ l(a, c) &\leq l(a, b) + l(b, c). \end{aligned} \quad (5.2)$$

В задачах распознавания удобно в качестве меры расстояния принимать квадрат расстояния

$$l^2(x, a) = \sum_{j=1}^N (x_j - a_j)^2. \quad (5.3)$$

Величина l^2 тесно связана с многомерным нормальным распределением, а неравенство

$$l_1 > l_2 \quad (5.4)$$

влечет за собой более сильное неравенство:

$$l_1^2 > l_2^2. \quad (5.5)$$

Обобщенное расстояние порядка ν

$$l_{(\nu)}(x, a) = \left(\sum_{j=1}^N |x_j - a_j|^\nu \right)^{\frac{1}{\nu}}. \quad (5.6)$$

При $\nu = 2$ $l_{(\nu)}$ совпадает с обычным расстоянием, при $\nu = 1$ величина $l_{(1)}$ представляет собой расстояние по Хеммингу. При $\nu \rightarrow \infty$ $l_{(\nu)} = \max_{1 \leq j \leq N} |x_j - a_j|$, то есть расстояние равно наибольшему отклонению по какой-либо из координат.

Метрика в неизотропном пространстве признаков

Предыдущие определения расстояния соответствовали однородному, изотропному пространству признаков [1–3], координаты которого имеют общую единицу измерений. Такое пространство однородных признаков используется в ряде задач распознавания. Например, для акустической диагностики в качестве признаков могут применяться амплитуды соответствующих гармоник и т. п.

Диагностика с помощью признаков в двоичном коде соответствует использованию изотропного, однородного пространства признаков. Однако во многих задачах диагностики пространство признаков является анизотропным, то есть единицы измерения в различных направлениях различны.

Координатам x_j могут соответствовать параметры различной физической природы (например, x_1 – температура, x_2 – давление и т. п.).

Если ввести весовые коэффициенты λ_j по координате j , то квадрат расстояния между точками x и a

$$l^2(x, a) = \sum_{j=1}^N \lambda_j^2 (x_j - a_j)^2. \quad (5.7)$$

С помощью компонентов весового вектора $\lambda(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_N)$ можно учесть различную диагностическую ценность признаков, придавая большее значение наиболее значимым признакам. Так как для диагностики важен относительный вес, то можно использовать условие нормирования в виде

$$\sum_{j=1}^N \lambda_j = 1. \quad (5.8)$$

Введение весовых коэффициентов деформирует пространство признаков. Если поставить условие, чтобы при подобных деформациях сохранился объем областей диагнозов, то условие нормирования можно принять таким:

$$\lambda_1 \lambda_2 \dots \lambda_N = \prod_{j=1}^N \lambda_j = 1.$$

Обобщенная метрика пространства признаков

Соотношение (5.7) устанавливает «неравноправие» отдельных координат в пространстве признаков, но оно не учитывает роль координаты x_j для диагноза D_i . Диагностическое значение признаков различно для различных диагнозов, и расстояние точки x до точки a , принадлежащей диагнозу D_i ,

$$l_i(x, a_i) = \left\{ \sum_{j=1}^N \lambda_{ij}^2 (x_j - a_{ij})^2 \right\}^{\frac{1}{2}}. \quad (5.9)$$

Часто оказывается целесообразным принять $\lambda_{ij} = 1/\sigma_{ij}$,

где σ_{ij} – среднеквадратичное отклонение признака (параметра) x_j для объектов с диагнозом D_i .

Величина λ_{ij} в этом случае имеет ясный физический смысл: чем меньше рассеяние признака по объектам, тем больше его диагностическое значение. В более общем случае можно положить

$$\lambda_{ij} = c_{ij} / \sigma_{ij}, \quad (5.10)$$

где безразмерный коэффициент c_{ij} характеризует диагностическую ценность признака.

Для дискретного параметра признака x_j , имеющего m_j дискретных значений, можно принять

$$c_{ij} = Z_{D_i}(x_j) = \sum_{s=1}^{m_j} P(x_{js} / D_i) \log_2 (P(x_{js} / D_i) / P(x_{js})). \quad (5.11)$$

Для непрерывно распределенных признаков x_j вероятность дискретных значений заменяется плотностью вероятности, суммирование – интегрированием по области значений x_j . В тех случаях, когда отсутствуют статистические сведения, величины c_{ij} могут быть назначены на основании экспертной оценки и т. п. В практических задачах величины λ_{ij} подбирают с учетом опыта диагностики, причем принимают те значения, которые обеспечивают наибольшее число правильных ответов.

Условие нормирования при обобщенной метрике:

$$\sum_{j=1}^N \lambda_{ij} = 1 \quad (i = 1, 2, \dots, n) \quad \text{или} \quad \prod_{j=1}^N \lambda_{ij} = 1 \quad (i = 1, 2, \dots, n). \quad (5.12)$$

Метрика, установленная равенством (5.9), изменяется не только для различных направлений, но и для различных диагнозов.

Замечание о классификации пространства признаков. В зависимости от используемой метрики, будем различать три вида пространства признаков.

Неизотропное, неоднородное пространство соответствует метрике общего вида ($\lambda_{ij} \neq 1$). Если для всех диагнозов $\lambda_{ij} = \lambda_i$ ($i = 1, 2, \dots, n$), то про-

пространство называется *однородным, неизотропным*. Наконец, при $\lambda_{ij} = \lambda_i = 1$ ($i = 1, 2, \dots, n; j = 1, 2, \dots, N$) пространство считается *однородным и изотропным*.

5.2. Диагностика по расстоянию в пространстве признаков

5.2.1. Диагностика по расстоянию до эталона

В методе эталонов отнесение предъявленного для распознавания объекта к одному из n диагнозов (состояний) совершается по наименьшему расстоянию до эталона [1–3]. В качестве эталона для диагноза D_i принимается типичный объект, имеющий диагноз D_i (рис. 5.1).

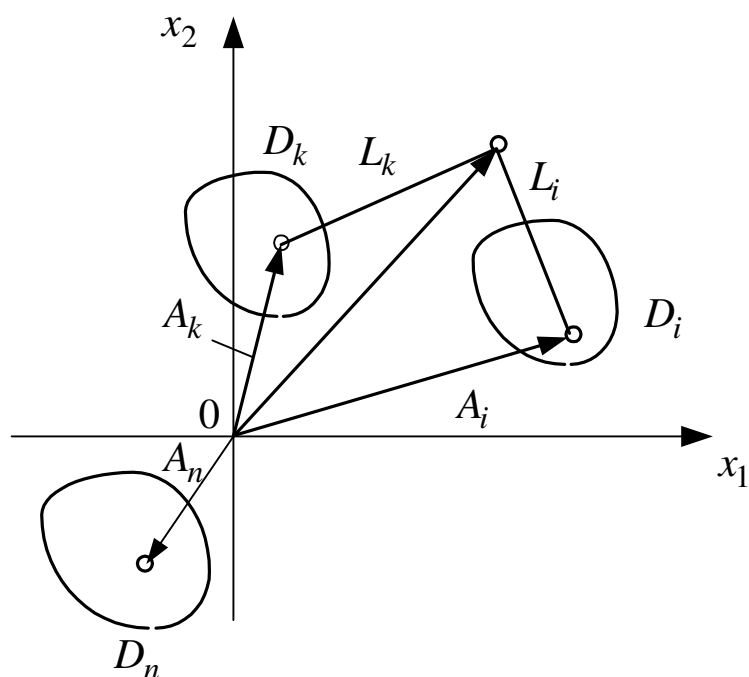


Рисунок 5.1 – Диагностика по расстоянию до эталона

Наиболее естественный выбор эталона состоит в использовании средних значений параметров в области диагноза. Если известны M_i объектов с диагнозом D_i , то в качестве эталона диагноза D_i можно принять

$$\mathbf{a}_i^* = \bar{\mathbf{a}}_i = \frac{1}{M_i} \sum_{s=1}^{M_i} \mathbf{a}_i^{(s)}, \quad (5.13)$$

где $\mathbf{a}_i^{(s)}$ – объект с диагнозом D_i (состоянием) (объект с установленным, верифицированным диагнозом).

Равенство (5.13) определяет эталон как центр тяжести области диагноза. Координаты вектора \mathbf{a}_i^* равны средним значениям координат векторов.

Алгоритм распознавания

Допустим, что в пространстве признаков используется диагностическая мера расстояния L до эталонных точек $a_1^*, a_2^*, \dots, a_n^*$. Объект \mathbf{x} относят к диагнозу D_i , если мера расстояния между точками \mathbf{x} , \mathbf{a}_i^* минимальна [1–3]:

$$\text{если } L_i = \min, \text{ то } \mathbf{x} \in D_i,$$

или в другой форме

$$\mathbf{x} \in D_i, \text{ если } L_i < L_k \ (k = 1, 2, \dots, n; k \neq i).$$

В некоторых случаях условие принимается в более строгой форме $L_k - L_i > \epsilon$, где ϵ – порог распознавания ($\epsilon > 0$).

Надежность распознавания

Очевидно, что надежность распознавания будет тем выше, чем меньше расстояние L_i по сравнению с другими расстояниями. Это можно охарактеризовать коэффициентом распознавания

$$\xi_i = \frac{1/L_i}{\sum_{s=1}^n 1/L_s}. \quad (5.14)$$

Величина ξ_i имеет значение, сходное с вероятностью диагноза, так как

$$\sum_{i=1}^n \xi_i = 1. \quad (5.15)$$

Распознавание признается надежным, если $\xi_i > \xi_0$, где ξ_0 – заранее выбранный уровень распознавания.

При диагностике с порогами распознавания характерным является коэффициент помех

$$\eta_i = L_i / L_i^*, \quad (5.16)$$

где L_i^* – диагональ граничной области D_i .

Например, при квадратичной мере расстояния

$$L_i = \sum_{j=1}^N \lambda_{ij}^2 (x_j - a_{ij}^*)^2;$$

$$L_i^* = \sum_{j=1}^N \lambda_{ij}^2 \left(\delta_{ij}^{(2)} - \delta_{ij}^{(1)} \right).$$

Чем больше коэффициент помех, тем ближе к предельной, граничной области располагается объект, предъявленный для распознавания.

5.2.2. Диагностика по угловому расстоянию

Близость вектора \mathbf{x} к эталонному вектору \mathbf{a}_i можно охарактеризовать с помощью угла между векторами (рис. 5.2). Более удобно ввести в рассмотрение косинус угла между векторами, определяя его с помощью скалярного произведения:

$$\cos \gamma_i = \frac{\mathbf{x} \cdot \mathbf{a}_i}{|\mathbf{x}| |\mathbf{a}_i|} = \frac{\sum_{j=1}^N x_j \cdot a_{ij}}{\sqrt{\left(\sum_{j=1}^N x_j^2 \right) \cdot \left(\sum_{j=1}^N a_{ij}^2 \right)}}. \quad (5.17)$$

Как видно из равенства (5.17), преобразования масштаба не влияют на угол между векторами. Скалярное произведение и норма векторов определяются так же, как в обычном евклидовом пространстве:

$$\mathbf{x} \cdot \mathbf{a}_i = x_1 \cdot a_{i1} + \dots + x_N \cdot a_{iN} = \sum_{j=1}^N x_j \cdot a_{ij}.$$

Если векторы \mathbf{x} и \mathbf{a}_i ортогональны $\left(\gamma_j = \frac{\pi}{2} \right)$, то

$$\sum_{j=1}^N x_j a_{ij} = 0.$$

При диагностике по угловому расстоянию принимается решение $x \in D_i$, если угол между векторами \mathbf{x} и \mathbf{a}_i наименьший или $\cos \gamma_i = \max$.

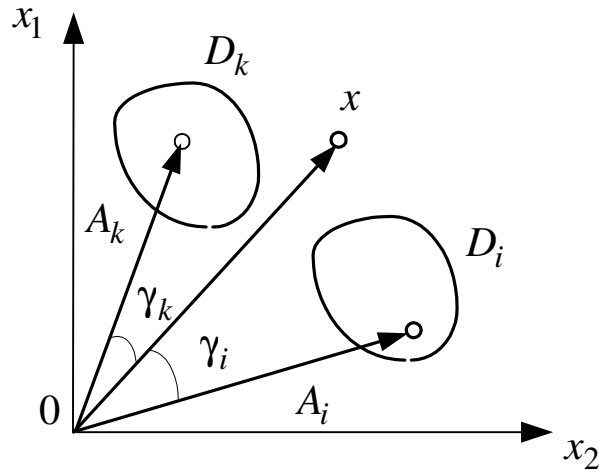


Рисунок 5.2 – Диагностика по угловому расстоянию

5.2.3. Диагностика по расстоянию до множества

В этом методе оценивается расстояние не от одной точки – эталона, а расстояние от точки \mathbf{x} (объекта, предъявленного для распознавания) до всех точек множества с данным диагнозом [1–3]. Расстояние до множества оценивается как среднее, но возможны и другие способы оценки. Использование рассматриваемого метода предполагает, что для каждого диагноза имеется группа образцов (объектов) с установленным диагнозом.

Пусть для диагноза D_i группа содержит M_i образцов. Допустим, что выбрана диагностическая мера расстояния, и тогда расстояние от точки \mathbf{x} до точки $\mathbf{a}_i^{(s)}$ (рис. 5.3), входящей в группу верифицированных образцов (при квадратичной мере):

$$L_i^{(s)} = \sum_{j=1}^N \lambda_{ij}^2 \left(x_j - a_{ij}^{(s)} \right)^2. \quad (5.18)$$

Можно определить среднее расстояние от точки \mathbf{x} до точек обучающей последовательности, принадлежащей диагнозу D_i :

$$L_i = \frac{1}{M_i} \sum_{s=1}^{M_i} L_i^{(s)} = \frac{1}{M_i} \sum_{s=1}^{M_i} \sum_{j=1}^N \lambda_{ij}^2 \left(x_j - a_{ij}^{(s)} \right)^2. \quad (5.19)$$

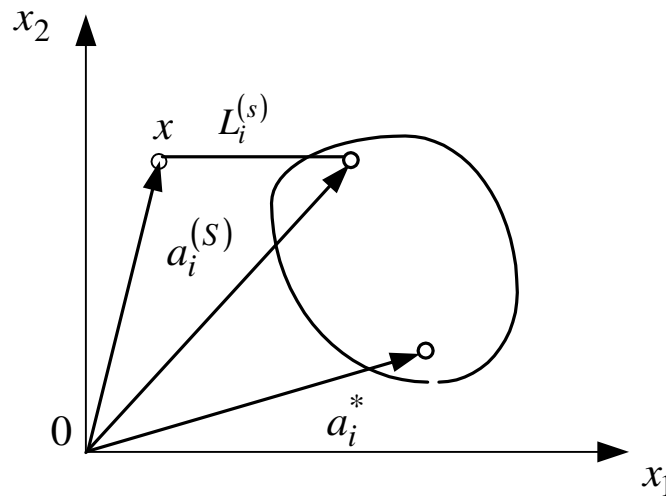


Рисунок 5.3 – Определение расстояния до множества

При использовании обобщенной диагностической меры расстояния

$$L_i = \frac{1}{M_i} \sum_{s=1}^{M_i} \left\{ \sum_{j=1}^N \lambda_{ij}^v \left| x_j - a_{ij}^{(s)} \right|^v \right\}^{\mu/v}. \quad (5.20)$$

Алгоритм распознавания по методу среднего расстояния

Процедура диагностики остается такой же, как при определении расстояния до эталона. Принимается решение

$$\mathbf{x} \in D_i, \text{ если } L_i < L_k \quad (k = 1, 2, \dots, n; k \neq i), \quad (5.21)$$

или, что эквивалентно, $\mathbf{x} \in D_i$, если $L_i = \min$.

Сравнение с методом расстояний до эталонов

Рассмотрим метод минимума среднего расстояния при квадратичной диагностической мере расстояния ($\mu = 2$). Введем «средний вектор» (эталон) диагноза по обучающей последовательности

$$\mathbf{a}_i^* = \frac{1}{M_i} \sum_{s=1}^{M_i} \mathbf{a}_i^{(s)} \quad (5.22)$$

и запишем среднее расстояние

$$L_i = \frac{1}{M_i} \sum_{s=1}^{M_i} \sum_{j=1}^N \lambda_{ij}^2 \left[(x_j - a_{ij}^*) - (a_{ij}^{(s)} - a_{ij}^*) \right]^2. \quad (5.23)$$

После преобразований находим

$$L_i = \sum_{j=1}^N \lambda_{ij}^2 (x_j - a_{ij}^*)^2 + \frac{1}{M_i} \sum_{s=1}^{M_i} \sum_{j=1}^n \lambda_{ij}^2 (a_{ij}^{(s)} - a_{ij}^*)^2. \quad (5.24)$$

Первый член равенства (5.24) соответствует расстоянию до эталона, второй дает положительную добавку, и потому среднее расстояние всегда больше расстояния до среднего элемента. Преобразуя второй член равенства (5.24), получим

$$L_i = \sum_{j=1}^N \lambda_{ij}^2 (x_j - a_{ij}^*)^2 + \sum_{j=1}^N \lambda_{ij}^2 \sigma_{ij}^2, \quad (5.25)$$

где

$$\sigma_{ij}^2 = \frac{1}{M_i} \sum_{s=1}^{M_i} (a_{ij}^{(s)} - a_{ij}^*)^2. \quad (5.26)$$

Величина σ_{ij} представляет собой среднеквадратичное отклонение признака x для диагноза D_i , определенное по обучающей группе. Если выбрать весовые коэффициенты в виде

$$\lambda_{ij} = 1/\sigma_{ij}, \quad (5.27)$$

что во многих случаях оказывается целесообразным, то из равенства (5.25) находим

$$L_i = \sum_{j=1}^N \frac{(x_j - a_{ij}^*)^2}{\sigma_{ij}^2} + N. \quad (5.28)$$

Принимая в качестве новой меры расстояния $L_i^* = L_i - N$, получим, что алгоритм распознавания совпадает с алгоритмом по расстоянию до эталона. Этот результат, разумеется, связан с выбором квадратичной диагностической меры расстояния. При других условиях совпадения рассматриваемых методов не происходит, но результаты получаются практически близкими.

5.2.4. Метод минимального расстояния до множества

Ранее использовалось «среднее расстояние» до точек диагноза [1–3]. Возьмем теперь в качестве расстояния до множества минимальное расстояние среди всех расстояний от точки x до точек, входящих в группу диагноза D_i :

$$L_i = \min_{a_i^{(s)} \in D_i} L_i^{(s)}. \quad (5.29)$$

Алгоритм распознавания состоит в следующем. Определяется расстояние от точки x (объекта, предъявленного для диагностики) до всех точек, входящих в область данного диагноза (точки обучающей группы), и «запоминается» минимальное расстояние. Принимается решение

$$x \in D_i, \text{ если } L_i = \min \left(\min_{a_k^{(s)} \in D_k} \right) (k = 1, 2, \dots, n; k \neq i), \quad (5.30)$$

или

$$L_i < L_k (k = 1, 2, \dots, n; k \neq i), \quad (5.31)$$

где $L_k = \min_{a_k^{(s)} \in D_k} L_k^{(s)}$ – минимальное расстояние до точек с диагнозом D_k .

Таким образом, решение здесь принимается по близости к прецеденту, а не ко всей совокупности случаев с данным диагнозом.

5.3. Распознавание типа дефекта высоковольтных силовых трансформаторов на основе анализа образов дефектов, построенных по результатам хроматографического анализа растворенных в масле газов

В настоящее время одним из наиболее распространенных методов диагностики состояния высоковольтных силовых трансформаторов является хроматографический анализ растворенных в масле газов (ХАРГ). Известно, что данный метод позволяет распознавать до 80 % всех дефектов в трансформаторах. В основе метода лежит тот факт, что всякий термический или разрядный процесс в изоляции трансформаторов приводит к ее деструкции и образованию газов, которые растворяются в масле. Каждому

типу дефекта соответствует свой спектр газов.

Графические образы разных дефектов были предложены для определения типа дефекта японскими исследователями [4]. Тип развивающихся в трансформаторах дефектов можно определить графически по основным газам: водороду, метану, этилену, этану и ацетилену. Метод был разработан на основе практического опыта сопоставления фактически обнаруженных дефектов в трансформаторе во время внутреннего осмотра, выявленных методом ХАРГ. В то же время образы дефектов отображают наиболее общие зависимости в отношениях между отдельными газами во время нагревания до различных температур или разрядных процессов.

Порядок построения графического образа дефекта:

1) графические образы дефектов строятся для оборудования, в котором концентрации отдельных газов или хотя бы одного из них превышают установленные для данного оборудования граничные значения;

2) по результатам ХАРГ из газов H_2 , CH_4 , C_2H_6 , C_2H_4 , C_2H_2 выбирают такой, который имеет наибольшую абсолютную концентрацию. Для дефектов электрического характера основным газом может быть водород или ацетилен. Для дефектов термического характера основным газом является метан или этилен в зависимости от температуры нагрева в зоне развития дефекта;

3) рассчитывают величину отношения каждого газа к газу с максимальной абсолютной концентрацией по углеводородным газам и водороду, причем для основного газа это отношение равно единице, отношение всех остальных газов меньше единицы;

4) строятся графики. Для этого по оси X откладываются пять равных отрезков и обозначаются полученные точки соответствующими газами в следующей последовательности: H_2 , CH_4 , C_2H_6 , C_2H_4 , C_2H_2 . По оси Y откладывается отрезок произвольной величины и обозначается цифрой «1». Далее для каждого газа по оси Y необходимо отложить соответствующую величину отношения каждого газа к газу с максимальной абсолютной концентрацией;

5) полученные точки соединить прямыми линиями. Построенный график сравнивается с эталонными, и определяется характер дефекта.

Приведенный метод достаточно прост и может быть использован для определения типа дефекта оборудования в автоматическом режиме. Одна-

ко для этого необходимо разработать алгоритм сравнения эталонного образа с действительным. Рассмотрим построение такого алгоритма на примере трансформатора ПС «Постниково» Т-1, ТДТН-40/110/35/6. Значения концентраций растворенных в масле газов для данного трансформатора приведены в табл. 5.1

Таблица 5.1 – Значения концентраций растворенных в масле газов в трансформаторе ПС «Постниково» Т-1, % об

Дата	H ₂	CH ₄	C ₂ H ₂	C ₂ H ₄	C ₂ H ₆	CO	CO ₂
30.09.1999	отс.	0,032	0,00046	0,177	0,0239	0,03	0,6

Как видно из таблицы, концентрации метана, этилена и этана превысили граничные значения, рекомендуемые в [4]. Для определения характера возможного дефекта построим эксплуатационный образ дефекта, учитывая, что ключевым газом является этилен. Для этого находим отношения каждого из газов к этилену H₂/C₂H₄, CH₄/C₂H₄, C₂H₆/C₂H₄, C₂H₄/C₂H₄, C₂H₂/C₂H₄ и строим образ (рис. 5.4).

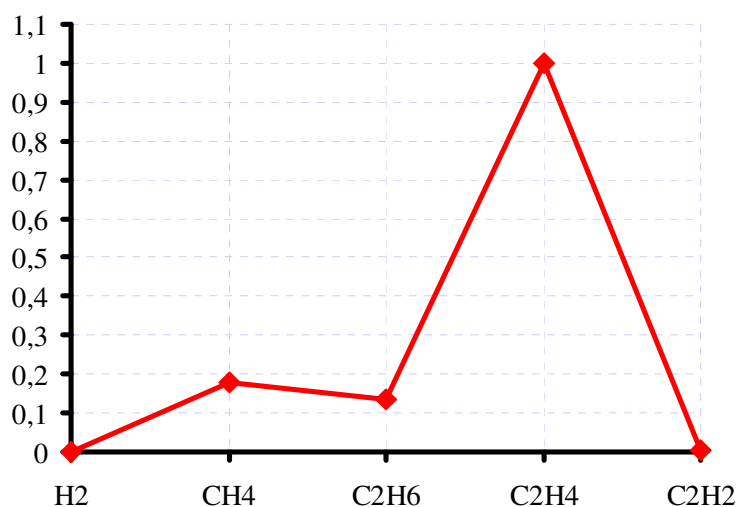


Рисунок 5.4 – Эксплуатационный образ дефекта в трансформаторе «Постниково» Т-1, ТДТН-40/110/35/6

На рис. 5.5 приведены эталонные образы дефектов [4] для ключевого газа – этилена. Задача заключается в том, чтобы сформулировать правило, согласно которому предъявленные к распознаванию образы отнести к одному из возможных эталонных.

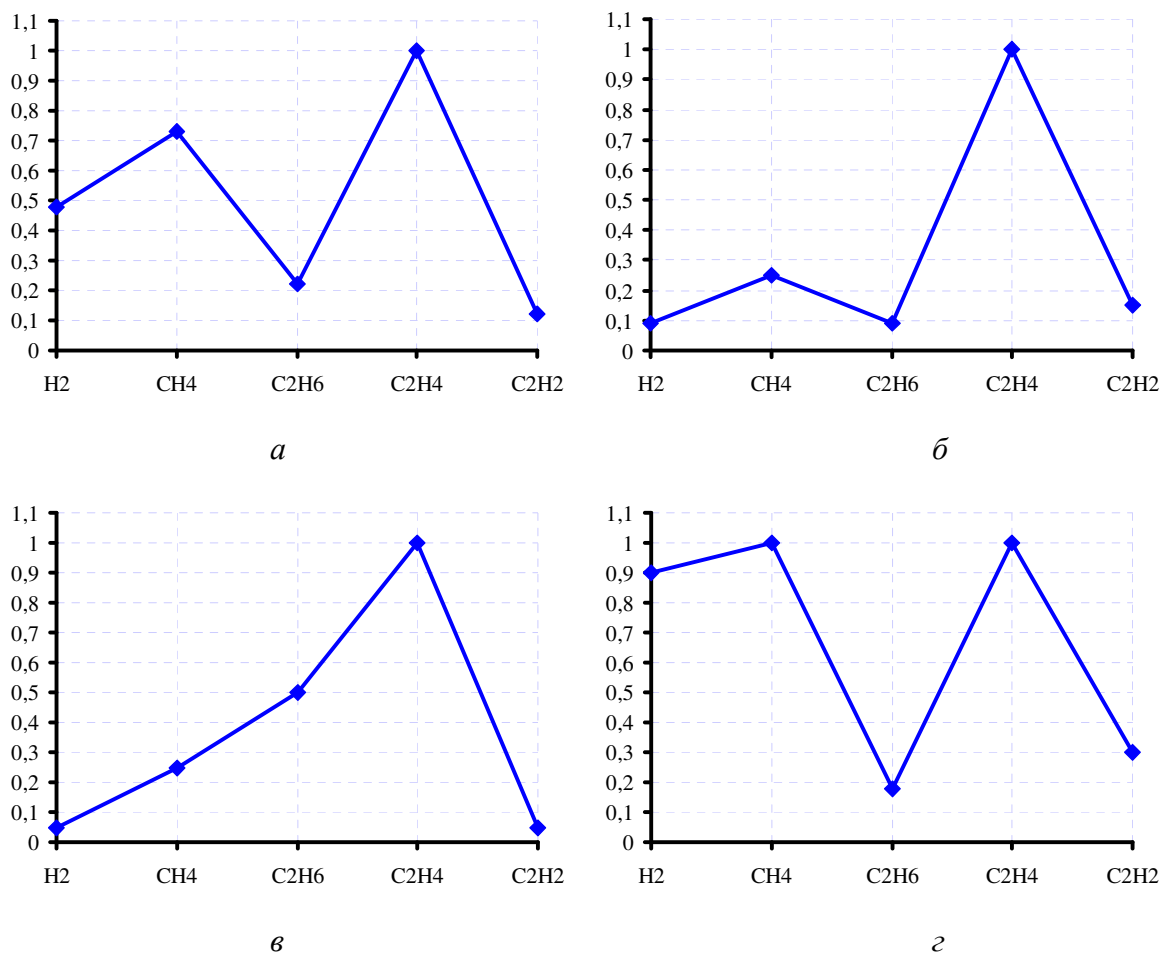


Рисунок 5.5 – Эталонные образы дефектов, ключевой газ – этилен:
а, б – Высокотемпературный нагрев; *в, г* – нагрев, переходящий в разрезы

Полученные по результатам хроматографического анализа эталонные образы дефектов можно представить в виде набора точек с координатами H_2/A_{\max} , CH_4/A_{\max} , C_2H_6/A_{\max} , C_2H_4/A_{\max} , C_2H_2/A_{\max} (в знаменателе находится газ с максимальной абсолютной концентрацией). Тогда вполне логично для автоматического распознавания типа дефекта использовать метод диагностики по расстоянию до эталона. В качестве меры расстояния принимаем величину [5]:

$$l = \sqrt{\left| H_2^* - \frac{H_2}{A_{\max}} \right|^v + \left| CH_4^* - \frac{CH_4}{A_{\max}} \right|^v + \left| C_2H_6^* - \frac{C_2H_6}{A_{\max}} \right|^v + \left| C_2H_4^* - \frac{C_2H_4}{A_{\max}} \right|^v + \left| C_2H_2^* - \frac{C_2H_2}{A_{\max}} \right|^v}, \quad (5.32)$$

где A_{\max} – газ с максимальной концентрацией для эксплуатационного образа дефекта; * – координаты соответствующих газов для эталонных образцов; ν – мера расстояния.

Решающее правило, согласно методу эталона, имеет вид:

если $L_i = \min$, то $x \in D_i$.

Таким образом, тип дефекта трансформатора, соответствует эталонному образу если диагностическое расстояние между координатами образа для диагностируемого трансформатора и данного эталонного образа минимально. Определить значение меры расстояния ν можно из соображений обеспечения максимального значения коэффициента распознавания ξ .

Определим значения диагностических расстояний между образом дефекта для трансформатора «Постниково» Т-2 и эталонными образами дефектов из рис. 5.5, используя для начала квадратичную меру расстояния:

$$l_{(x-a)} = \sqrt{\left(\left|0,48 - \frac{0}{0,177}\right|\right)^2 + \left(\left|0,73 - \frac{0,032}{0,177}\right|\right)^2 + \left(\left|0,22 - \frac{0,0239}{0,177}\right|\right)^2 + \left(\left|1 - \frac{0,177}{0,177}\right|\right)^2 + \left(\left|0,12 - \frac{0,00046}{0,177}\right|\right)^2} = 0,744,$$

$$l_{(x-b)} = \sqrt{\left(\left|0,06 - \frac{0}{0,177}\right|\right)^2 + \left(\left|0,25 - \frac{0,032}{0,177}\right|\right)^2 + \left(\left|0,06 - \frac{0,0239}{0,177}\right|\right)^2 + \left(\left|1 - \frac{0,177}{0,177}\right|\right)^2 + \left(\left|0,12 - \frac{0,00046}{0,177}\right|\right)^2} = 0,139,$$

$$l_{(x-c)} = \sqrt{\left(\left|0,05 - \frac{0}{0,177}\right|\right)^2 + \left(\left|0,25 - \frac{0,032}{0,177}\right|\right)^2 + \left(\left|0,5 - \frac{0,0239}{0,177}\right|\right)^2 + \left(\left|1 - \frac{0,177}{0,177}\right|\right)^2 + \left(\left|0,05 - \frac{0,00046}{0,177}\right|\right)^2} = 0,378,$$

$$l_{(x-d)} = \sqrt{\left(\left|0,9 - \frac{0}{0,177}\right|\right)^2 + \left(\left|1 - \frac{0,032}{0,177}\right|\right)^2 + \left(\left|0,18 - \frac{0,0239}{0,177}\right|\right)^2 + \left(\left|1 - \frac{0,177}{0,177}\right|\right)^2 + \left(\left|0,12 - \frac{0,00046}{0,177}\right|\right)^2}$$

$$+\left(1-\frac{0,177}{0,177}\right)^2+\left(0,3-\frac{0,00046}{0,177}\right)^2=1,233.$$

выполним расчет коэффициентов распознавания:

для образа дефекта a (см. рис. 5.5)

$$\xi_a = \frac{\frac{1}{(l_{(x-a)})^2}}{(l_{(x-a)})^2 + (l_{(x-b)})^2 + (l_{(x-e)})^2 + (l_{(x-z)})^2} = 0,029;$$

для образа дефекта b (см. рис. 5.5):

$$\xi_b = \frac{\frac{1}{(l_{(x-b)})^2}}{(l_{(x-a)})^2 + (l_{(x-b)})^2 + (l_{(x-e)})^2 + (l_{(x-z)})^2} = 0,846;$$

для образа дефекта e (см. рис. 5.5):

$$\xi_e = \frac{\frac{1}{(l_{(x-e)})^2}}{(l_{(x-a)})^2 + (l_{(x-b)})^2 + (l_{(x-e)})^2 + (l_{(x-z)})^2} = 0,114;$$

для образа дефекта z (см. рис. 5.5):

$$\xi_z = \frac{\frac{1}{(l_{(x-z)})^2}}{(l_{(x-a)})^2 + (l_{(x-b)})^2 + (l_{(x-e)})^2 + (l_{(x-z)})^2} = 0,011.$$

Сравнивая полученные значения коэффициентов распознавания, приходим к выводу, что при уровне распознавания 0,846 можно классифицировать дефект в трансформаторе «Постниково» Т-2 как высокотемпературный перегрев. При вскрытии этого трансформатора данный диагноз подтвердился. Зафиксированы: «горячая точка» в сердечнике, перегрев меди из-за вихревых токов и плохих контактов, температура дефекта превысила 700 °С, повреждением затронута основная изоляция. Выполним аналогичные расчеты, меняя значение меры расстояния ν от 1 до 8, и построим зависимость коэффициента распознавания от меры расстояния (рис. 5.6).

Как видно из рисунка, повышение меры расстояния более резко подчеркивает диагноз с наименьшим расстоянием. При этом полученная зави-

симось является нелинейной и имеет четко выраженную тенденцию к насыщению. Как правило, выбор меры расстояния зависит от особенности задачи и устанавливается в процессе обучения.

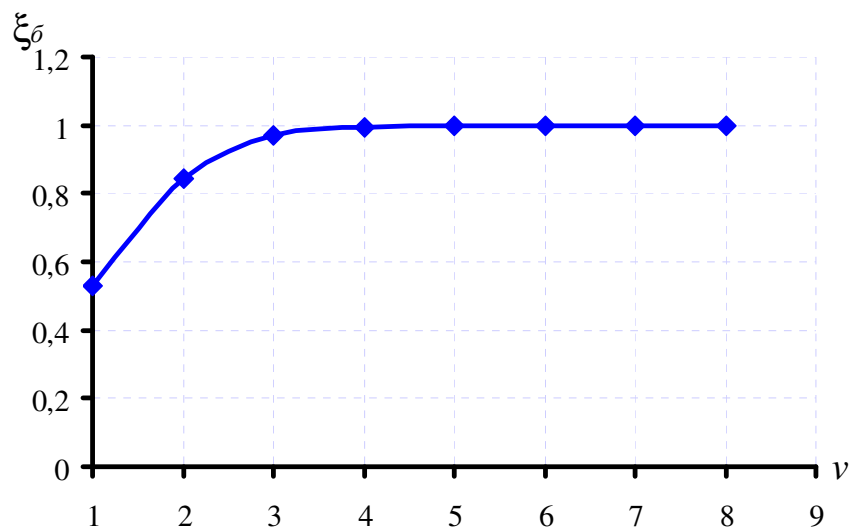


Рисунок 5.6 – Зависимость коэффициента распознавания ξ_δ от значения меры диагностического расстояния

5.4. Формирование эталонных множеств в условиях временного дрейфа диагностических признаков

В предыдущих разделах эталонные объекты, формировались из условия, что значения диагностических признаков не изменяются во времени и зависят только от состояния диагностируемого объекта. Однако на практике возникают задачи классификации объектов, которые находятся в области одного диагноза, но имеют различную степень износа. Такие задачи возникают при диагностике длительно развивающихся процессов старения изоляции (например, для оценки степени полимеризации целлюлозы или степени окисления трансформаторных масел). Характерной особенностью таких процессов является изменение (дрейф) математических ожиданий показателей во времени. Задача формирования эталонного объекта усложняется тем, что скорость дрейфа показателей зависит от условий эксплуатации оборудования, которые не всегда известны, особенно для оборудования, длительное время находящегося в эксплуатации. Поэтому задачу

формирования эталонного объекта необходимо решать с точки зрения статистической обработки результатов испытаний.

Условием того, что в данной группе объекта скорость старения одинакова, является минимальный разброс между показателями в каждый момент времени. Для количественной оценки близости зависимостей показателей использовалось выборочное корреляционное отношение [6], которое служит для оценки тесноты нелинейной корреляционной связи между величинами X и Y . Рассмотрим дисперсию случайной величины Y , которую можно представить в виде двух составляющих:

$$\sigma_Y^2 = M(Y - \bar{y})^2 = M[(Y - \bar{y}(X)) + (\bar{y}(X) - \bar{y})]^2. \quad (5.33)$$

Первая составляющая в правой части выражения (5.33)

$$M(Y - \bar{y}(X))^2 = \sigma_{y/x}^2 \quad (5.34)$$

есть средней условной дисперсией, которая характеризует степень рассеивания случайной величины Y относительно кривой регрессии. Вторая составляющая (5.33) является систематической составляющей общей дисперсии величины Y , которая характеризует отклонение кривой регрессии, аппроксимирующей нелинейную зависимость от математического ожидания. Таким образом, имеем:

$$\sigma_Y^2 = \sigma_{y/x}^2 + M(Y - \bar{y}(X))^2. \quad (5.35)$$

Корреляционное отношение определяется как

$$\eta_{y/x} = \frac{M(Y - \bar{y}(X))^2}{\sigma_Y^2} \quad (5.36)$$

и показывает, какую часть в общей дисперсии занимает систематическая составляющая. Учитывая, что

$$M[(\bar{y}(X) - \bar{y})]^2 = \sigma_Y^2 - \sigma_{y/x}^2, \quad (5.37)$$

окончательно имеем:

$$\eta_{y/x} = 1 - \frac{\sigma_{y/x}^2}{\sigma_Y^2}. \quad (5.38)$$

На практике для оценки эмпирического корреляционного отношения используется следующее выражение:

$$\eta_{y/x} = \frac{\sum_{i=1}^N n_i \cdot (\bar{y}_i - \bar{y})^2}{\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^{n_j} (\tilde{y}_{ij} - \bar{y})^2}, \quad (5.39)$$

где N – объем выборки; $\bar{y}_i = \frac{1}{n_i} \sum_{j=1}^{n_i} \tilde{y}_{ij}$ – условное среднее, полученное для значений x_i при $j = \overline{1, m_j}$; $\bar{y} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \bar{y}_i$ – общее среднее по всем экспериментальным точкам; \tilde{y}_{ij} – результаты наблюдений в i -й экспериментальной точке.

Использование величины корреляционного отношения в качестве меры близости зависимостей показателей можно обосновать с точки зрения следующих позиций. Поскольку все значения величины Y разбиты на группы, то можно представить общую дисперсию признака в виде суммы внутригрупповой и межгрупповой дисперсий [6]:

$$\sigma_{\text{общ}}^2 = \sigma_{\text{внгр}}^2 + \sigma_{\text{межгр}}^2. \quad (5.40)$$

Преобразуем выражение (5.57):

$$\sigma_{\text{внгр}}^2 = \sigma_{\text{общ}}^2 \cdot \left[1 - \frac{\sigma_{\text{межгр}}^2}{\sigma_{\text{общ}}^2} \right], \quad (5.41)$$

или

$$\sigma_{\text{внгр}}^2 = \sigma_{\text{общ}}^2 \cdot [1 - \eta_{yx}^2]. \quad (5.42)$$

Как видно из (5.42), если $\eta_{yx} \rightarrow 1$, то $\sigma_{\text{внгр}}^2 \rightarrow 0$, и, следовательно, стремится к нулю каждая из групповых дисперсий, что, естественно, свидетельствует о повышении однородности общего массива данных. Таким образом, задача формирования эталонного объекта сводится к отысканию такой комбинации временных зависимостей показателей, которая бы обес-

печивала максимальное значение корреляционного отношения на заданном временном интервале.

Проиллюстрируем предложенный способ на примере такого показателя, как кислотное число трансформаторных масел [7; 8]. Исходная выборка представляет собой результаты периодического контроля данного показателя в трансформаторах 110 кВ по 6 областям Украины. Всего проанализировано результаты испытаний по 231 трансформатору, объем анализируемой выборки составил 3741 значение.

Формирование групп трансформаторов с одинаковой скоростью окисления масел (эталонных объектов) выполнялось в следующей последовательности:

1) результаты наблюдений представлялись в виде временных рядов, то есть двумерных массивов: длительность эксплуатации – показатель;

2) для каждого временного ряда показателя качества масла массива исходных данных **Ma** рассчитывали значения коэффициентов парной корреляции:

$$r = \frac{\sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x}) \cdot (y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^N (y_i - \bar{y})^2 \cdot \sum_{i=1}^N (y_i - \bar{y})^2}}, \quad (5.43)$$

где x_i – текущее значение времени эксплуатации; y_i – текущее значение по-

казателя; $\bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N x_j$ – математическое ожидание времени эксплуатации;

$\bar{y} = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N y_j$ – математическое ожидание показателя; N – объем выбороч-

ных значений в данном временном ряду;

3) полученные значения коэффициентов парной корреляции ранжировались по убыванию;

4) в качестве базового выбирали временной ряд показателя, для которого наблюдалось максимальное значение коэффициента парной корреляции на наибольшем интервале наблюдений;

5) к базовому ряду добавляли следующий ряд, имеющий максимальное значение коэффициента парной корреляции, и определяли корреляционное отношение объединенного ряда;

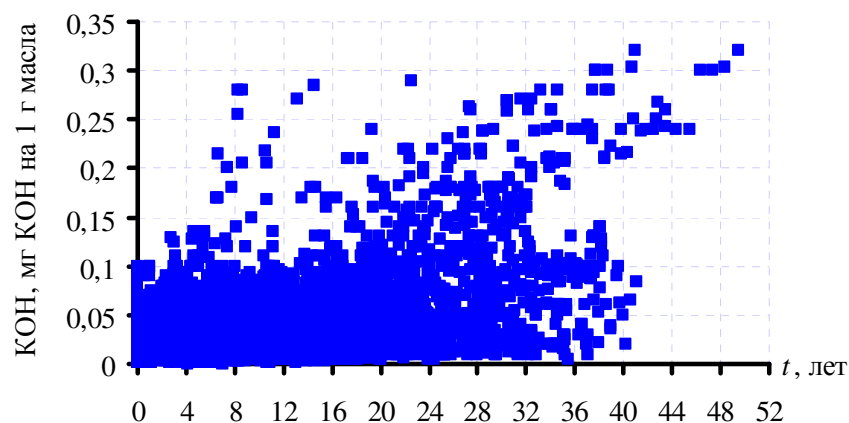
6) в случае, если значение корреляционного отношения объединенного ряда уменьшалось, ряды признавали неоднородными и к базовому добавляли следующий;

7) после выполнения проверки базового ряда с последним в массиве исследуемого показателя формировали следующий массив однородных данных этого же показателя из тех данных, которые не вошли в предыдущий массив, в аналогичной последовательности.

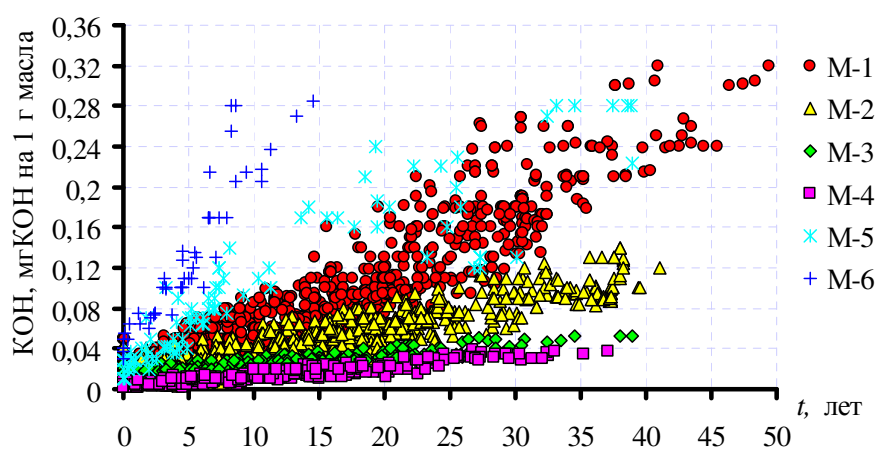
Результаты расчетов для анализируемого массива кислотного числа приведены в табл. 5.2. Анализ результатов табл. 5.2 позволяет сделать вывод: значения коэффициентов парной корреляции и корреляционного отношения кислотного числа из массивов, полученных по критерию максимума корреляционного отношения (**M1-M6**), значительно превосходят аналогичные значения из массива **Ma**. Это свидетельствует о высокой эффективности метода выделения групп трансформаторов с одинаковой скоростью дрейфа показателей (рис. 5.7).

Таблица 5.2 – Значения коэффициента парной корреляции и корреляционного отношения между кислотным числом масла и длительностью эксплуатации

Показатель качества масла	Массив	n	N	Коэффициент парной корреляции ρ_{y-t}	Корреляционное отношение	
					$\eta_{t/y}$	$\eta_{y/t}$
Кислотное число	<i>Ma</i>	231	3741	0,535	0,658	0,661
	M-1	49	951	0,920	0,943	0,944
	M-2	49	801	0,901	0,926	0,920
	M-3	33	349	0,900	0,924	0,920
	M-4	16	250	0,918	0,931	0,936
	M-5	4	96	0,906	0,949	0,939
	M-6	3	49	0,928	0,946	0,934



a



б

Рисунок 5.7 – Выделение групп трансформаторов с одинаковой скоростью окисления масел:

a – массив исходных данных; *б* – этот же массив, разбитый на группы с одинаковой скоростью окисления масел

5.5. Распознавание траектории изменения состояния диагностируемого объекта

Влияние внешних и внутренних факторов приводит к тому, что с течением времени состояние технических объектов изменяется. При этом показатели характеристик или параметры можно рассматривать как функции времени, представляющие собой траектории, описывающие перемещения этих величин с течением времени. Если есть возможность заранее определить и задать эталонные траектории, то, сравнивая действительные траектории с эталонными, можно установить, к какому из классов отно-

сится объект по своему состоянию. Эталонные траектории, характеризующие изменения состояния конкретных объектов, можно получить в результате либо длительного наблюдения за поведением подобных объектов в период эксплуатации, либо физического или математического моделирования процессов, протекающих в объекте с течением времени. Таким образом, определение состояния объектов в этом случае сходно с задачей распознавания образов, определяемых траекториями показаний или параметров [9].

Рассмотрим некоторые особенности решения задачи распознавания траектории изменения состояния (работоспособности) объекта диагностики. Пусть B_1, \dots, B_m – множество эталонных траекторий, характеризующихся определенной степенью работоспособности, то есть траектории соответствуют определенным классам объектов, в частности, может быть: $B_1 \in R_1, \dots, B_\lambda \in R_2, \dots, B_m \in R_m$; ξ_1, \dots, ξ_k – множество признаков отдельной траектории в каждый момент времени; $\xi_s(i), s = 1, 2, \dots, k, i = 1, 2, \dots, n$ – множество значений s -го признака траектории, где i – выбранные моменты времени; $A(\xi_{a1}(i), \dots, \xi_{ak}(i)), i = 1, 2, \dots, n$ – траектория изменения состояния объекта. Необходимо в процессе решения задачи распознать траекторию A , т. е. отнести ее к наиболее близкой ей эталонной траектории.

Назовем интервалом D_{AB} между траекториями A и B положительную величину, квадрат которой определяется выражением [9]:

$$D_{AB}^2 = \sum_{s=1}^k [\xi_{as}(1) - \xi_{bs}(1)]^2 + \dots + [\xi_{as}(n) - \xi_{bs}(n)]^2. \quad (5.44)$$

Пусть множество признаков траекторий представляет собой бинарную последовательность, т. е. $\xi_s(i)$ равно либо 1, либо 0. Отсюда

$$[\xi_{as}(i) - \xi_{bs}(i)] = \begin{cases} 0, & \text{если } \xi_{as}(i) = \xi_{bs}(i), \\ 1, & \text{если } \xi_{as}(i) \neq \xi_{bs}(i). \end{cases} \quad (5.45)$$

Таким образом, если рассматривать совокупность $\xi_s(i), s = 1, \dots, k, i = 1, \dots, n$ как $[k \times n]$ -разрядное двоичное число, то квадрат интервала между траекториями A и B будет равен количеству поразрядных несовпадений в двух $[k \times n]$ -разрядных двоичных числах $A(\xi_{a1}(1), \dots, \xi_{as}(n))$ и $B(\xi_{b1}(1), \dots, \xi_{bs}(n))$:

$$D_{AB}^2 = Z. \quad (5.46)$$

Выражение (5.44) удовлетворяет следующим топологическим условиям:

$$D_{AB} = D_{BA}, \quad D_{AB} = D_{AC} + D_{CB}, \quad D_{AB} \geq 0, \quad (5.47)$$

причем $D_{AB} = 0$, тогда и только тогда, когда A совпадает с B .

Каждая траектория B_λ , определяемая некоторым множеством признаков в пространстве признаков, будет занимать определенную область, которую можно охарактеризовать величиной диаметра D_λ этого множества. Диаметром множества можно, в частности, считать наибольшее расстояние между двумя его точками, т. е. величину, пропорциональную мере множества в i -м временном сечении:

$$D_\lambda(i) = \gamma D_{B\lambda}(i), \quad (5.48)$$

$$D_{B\lambda}^2(i) = \sum_{s=1}^k \frac{1}{N} \sum_{r=1}^N [\xi_{sr}(i) - \bar{\xi}_{\lambda s}(i)]^2, \quad (5.49)$$

где $D_{B\lambda}^2(i)$ – мера множества B_λ в i -й момент времени; N – число траекторий, принадлежащих B_λ ; $\bar{\xi}_{\lambda s}$ – центр множества B_λ по s -му параметру:

$$\bar{\xi}_{\lambda s} = \frac{1}{N} \sum_{r=1}^N \xi_{\lambda sr}. \quad (5.50)$$

Коэффициент γ зависит от закона распределения точек множества в пространстве признаков и точности, с которой желательно определить границу множества B_λ .

Определим меру близости и центр множества через условные вероятности появления множества $\{\xi\}$ s -го параметра в i -м временном сечении, принадлежащего B_λ :

$$P(\{\xi_s\}_i / B_\lambda) = P_{\lambda si}.$$

Так как $\xi_{\lambda sr}$ равно либо 1, либо 0, и при увеличении N , согласно закону больших чисел, частота события стремится к ее вероятности, можно записать

$$\lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{r=1}^N \xi_{\lambda sr}(i) = P(\{\xi_s\}_i / B_\lambda). \quad (5.51)$$

Пользуясь выражениями (5.50) и (5.51), можно определить координаты $s = 1, 2, \dots, k$ центра области B_λ :

$$\bar{\xi}_{\lambda s}(i) = P(\{\xi_s\}_i / B_\lambda). \quad (5.52)$$

Произведем некоторые преобразования в выражении меры множества (5.49), которая представляет собой средний квадрат отклонения точек множества от его центра:

$$D_{B\lambda}^2(i) = \sum_{s=1}^k \frac{1}{N} \sum_{r=1}^N \left[\xi_{sr}^2(i) - 2\xi_{sr}(i)\bar{\xi}_{\lambda s}(i) + \bar{\xi}_{\lambda s}^2(i) \right].$$

Так как $\xi_{sr}(i)$ может быть равным либо 1, либо 0, то

$$\frac{1}{N} \sum_{r=1}^N \xi_{sr}^2(i) = \frac{1}{N} \sum_{r=1}^N \xi_{sr}(i) = \bar{\xi}_{\lambda s}(i).$$

Тогда

$$D_{B\lambda}^2(i) = \sum_{s=1}^k \left[\bar{\xi}_{\lambda s}(i) - 2\bar{\xi}_{\lambda s}^2(i) + \bar{\xi}_{\lambda s}^2(i) \right] = \sum_{s=1}^k \left[\bar{\xi}_{\lambda s}(i) - \bar{\xi}_{\lambda s}^2(i) \right],$$

$$\text{или } D_{B\lambda}^2(i) = \sum_{s=1}^k \bar{\xi}_{\lambda s}(i) [1 - \bar{\xi}_{\lambda s}(i)]$$

Наконец, имея в виду выражение (5.52), можем записать

$$1 - \bar{\xi}_{\lambda s}(i) = 1 - P(\{\xi_s\}_i / B_\lambda) = q(\{\xi_s\}_i / B_\lambda)$$

и окончательно получить

$$D_{B\lambda}^2(i) = \sum_{s=1}^k P(\{\xi_s\}_i / B_\lambda) q(\{\xi_s\}_i / B_\lambda). \quad (5.53)$$

Формулы (5.52) и (5.53) позволяют определить центр и меру в i -м сечении каждой траектории B_λ .

Введем критерий различимости траекторий. Это понятие весьма существенно, поскольку чем меньше интервал $D_{B\lambda B_l}$ между центрами двух областей и чем больше их диаметр, тем больше эти области перекрывают

друг друга, и тем большее число точек можно с равным основанием отнести как к одной области, так и к другой.

Критерий различимости двух траекторий можно выразить следующим образом [9]:

$$\Lambda_{\lambda l} = D_{B\lambda Bl} / 0,5(D_{\lambda} + D_l). \quad (5.54)$$

В соответствии с (5.44) и (5.52), $D_{B\lambda Bl}^2(i) = \sum_{s=1}^k [\bar{\xi}_{\lambda s}(i) - \bar{\xi}_{ls}(i)]^2$ или

$$D_{B\lambda Bl}^2(i) = \sum_{s=1}^k [P(\{\xi_s\}_i / B_{\lambda}) - P(\{\xi_s\}_i / B_l)]^2.$$

Метод распознавания траекторий изменения состояния (работоспособности) технических объектов может оказаться весьма эффективным в тех случаях, когда имеется априорная информация об эталонных траекториях и по каким-либо причинам невозможно применить для решения задачи прогнозирования аналитические и вероятностные методы и методы статистического распознавания образов.

Сформулируем общую процедуру оценки степени старения масла с помощью метода распознавания траекторий [10–12]. Учитывая, что одним из важнейших факторов, который определяет интенсивность окислительных процессов, является температура изоляции, которая, в свою очередь, зависит от загрузки трансформаторов [13–14], процедура оценки имеет вид:

1) диагностируемый временной ряд проверяется на принадлежность одновременно трем эталонным траекториям. При этом первая траектория имеет среднюю загрузку, равную средней загрузке диагностируемого трансформатора, вторая – ближайшую большую, третья ближайшую – меньшую;

2) далее принимается решение:

- если диагностируемый ряд принадлежит первой траектории, то старение масла считается нормальным;

- если, диагностируемый ряд принадлежит траектории с более высоким значением средней загрузки, то вне зависимости от того, превысило значение показателя граничное значение или нет, старение считается аномальным, и рекомендуется применить меры по ингибированию процессов

старения (замена силикагеля, сушка, добавка антиокислительных присадок, регенерация масла и т. д.);

- если, диагностируемый ряд показателя принадлежит подмножеству с меньшим значением средней загрузки, то выясняются причины, по которым произошло снижение значения показателя: является ли снижение значения показателя следствием оперативного вмешательства персонала или же произошла ошибка при отборе проб масла и проведении испытаний.

На рис. 5.8 приведены диаметры и центры траекторий кислотного числа трансформаторных масел.

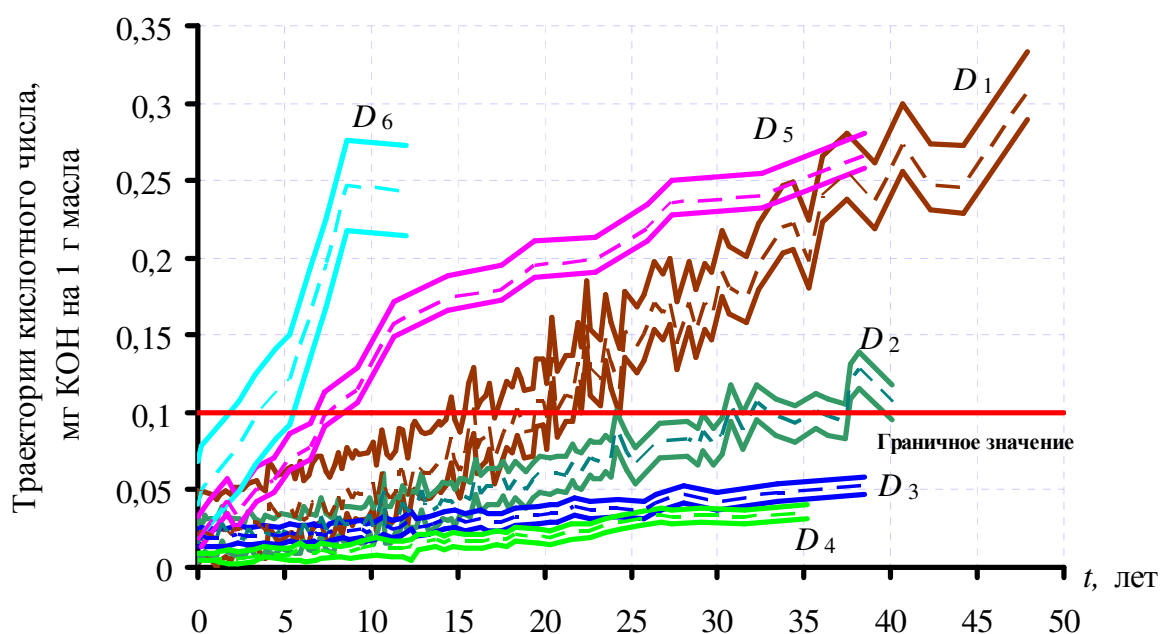


Рисунок 5.8 – Диаметры и центры траекторий для подмножеств кислотного числа трансформаторного масла

В качестве диагностической меры расстояния будем использовать величину L , характеризующую расстояние между диагностируемой траекторией и центрами ближайших эталонных траекторий. Поскольку распознавание проводится по каждому из показателей в отдельности, то можно использовать евклидово пространство, и тогда расстояние между точкой a на диагностируемой траектории и центром эталонной траектории – точкой x в j -й момент времени – определяется как:

$$L_{(v)}(x, a) = \left(\sum_{j=1}^N |x_j - a_j|^v \right)^{\frac{1}{v}},$$

где v – мера расстояния.

Диагностируемая траектория относится к одной из эталонных, если выполняется условие:

$$L_i = \min, \text{ то } x \in D_i.$$

Надежность распознавания в этом случае будет тем выше, чем меньше расстояние L_i по сравнению с другими расстояниями. Это можно охарактеризовать коэффициентом распознавания:

$$\xi_i = \frac{1/L_i}{\sum_{k=1}^n 1/L_k}.$$

Проиллюстрируем реализацию разработанного метода на примере кислотного числа масла трансформаторов ПС «Биологическая» Т-1 и ПС «Орджоникидзе» Т-2, АК «Харьковоблэнерго» [10]. По результатам последних испытаний, значения кислотного числа составили для трансформатора ПС «Биологическая» Т-1 – 0,065 мг КОН через 14,5 лет эксплуатации, а для трансформатора ПС «Орджоникидзе» Т-2 – 0,022 мг КОН через 14 лет эксплуатации. Согласно действующей методике, значения кислотного числа в этих трансформаторах меньше граничного и находятся в норме. Средняя загрузка данных трансформаторов за 13 лет составила 5,5 и 11 % соответственно. Следовательно, временные ряды кислотного числа масла должны принадлежать траектории D_3 . Зависимости кислотного числа трансформаторного масла и границы трех ближайших траекторий приведены на рис. 5.9. Как видно из рисунка, значение кислотного числа масла трансформатора «Биологическая» Т-1 вышло за пределы траектории D_3 , а для трансформатора «Орджоникидзе» Т-2 находится в пределах данной траектории. Выполненный расчет расстояний между последним результатом измерений кислотного числа масла и центрами эталонных траекторий дал следующие результаты. Для трансформатора «Биологическая» Т-1: $L_2 = 0,027$, $L_3 = 0,034$, $L_4 = 0,047$ мг КОН. Для трансформатора «Орджоникидзе» Т-2: $L_2 = 0,017$, $L_3 = 0,001$, $L_4 = 0,005$ мг КОН. Сравнив значения рассчитанных диагностических расстояний, видим, что для классификации

трансформатора «Биологическая» Т-1 трех траекторий явно недостаточно.

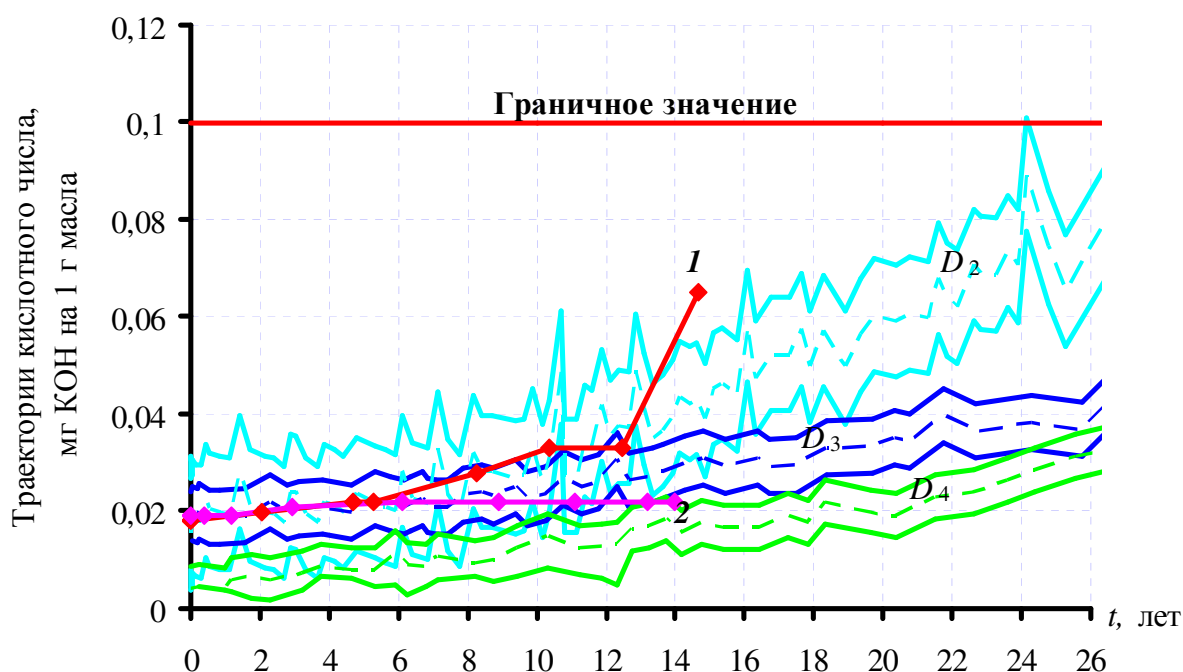


Рисунок 5.9 – Зависимости кислотного числа трансформаторного масла от длительности эксплуатации для диагностируемых трансформаторов, диаметры и центры трех ближайших траекторий

Рассчитаем расстояние от центра траектории $D1$ (ближайшая большая к траектории $D2$) до последнего результата измерений кислотного числа диагностируемых трансформаторов. Для трансформатора «Биологическая» Т-1: $L1 = 0,003$ мг КОН, для трансформатора «Орджоникидзе» Т-2: $L1 = 0,045$ мг КОН. Выбираем из всех полученных диагностических расстояний минимальные, для трансформатора «Биологическая» Т-1 это $L1$, а для трансформатора «Орджоникидзе» Т-2 это $L3$. Определим коэффициент распознавания (при диагностической мере первого порядка) для трансформатора «Биологическая» Т-1:

$$\xi = \frac{\frac{1}{L1}}{\frac{1}{L1} + \frac{1}{L2} + \frac{1}{L3} + \frac{1}{L4}} = \frac{\frac{1}{0,003}}{\frac{1}{0,003} + \frac{1}{0,027} + \frac{1}{0,034} + \frac{1}{0,047}} = 0,792.$$

Для трансформатора «Орджоникидзе» Т-2:

$$\xi = \frac{\frac{1}{L3}}{\frac{1}{L1} + \frac{1}{L2} + \frac{1}{L3} + \frac{1}{L4}} = \frac{\frac{1}{0,001}}{\frac{1}{0,045} + \frac{1}{0,017} + \frac{1}{0,001} + \frac{1}{0,005}} = 0,781.$$

Таким образом, трансформатор «Орджоникидзе» Т-2 следует отнести к траектории *D3* при уровне распознавания 0,78, а трансформатор «Биологическая» Т-1 – к траектории *D1* при уровне распознавания 0,79. На рис. 5.10 приведены зависимости уровней распознавания от меры расстояния, полученные для этих трансформаторов.

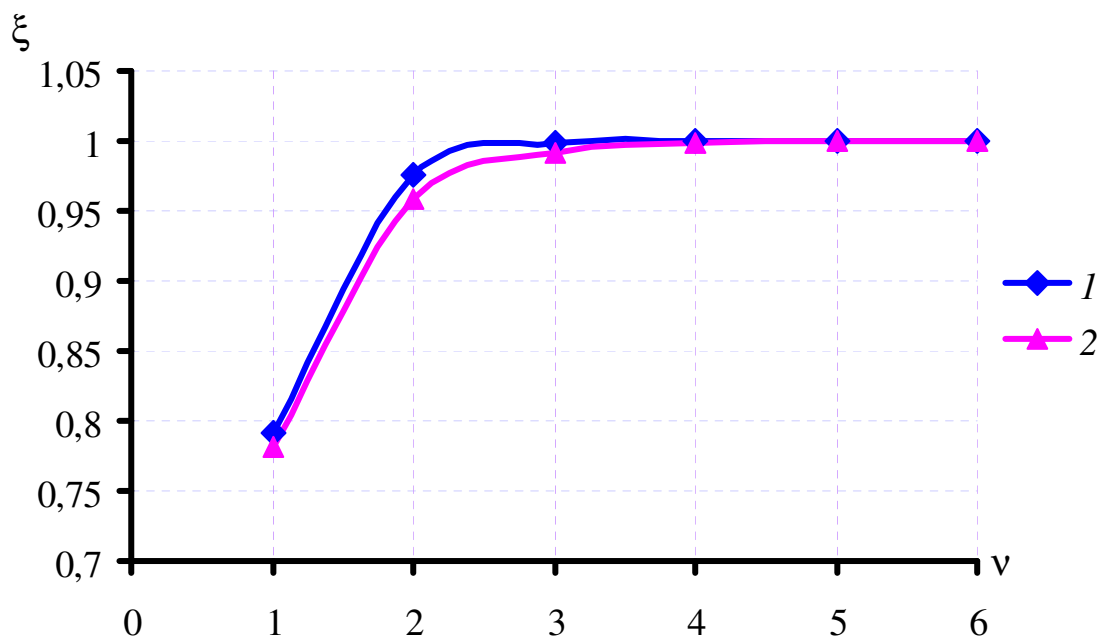


Рисунок 5.10 – Зависимости уровней распознавания от меры расстояния, полученные для трансформаторов:

- 1 – трансформатор ПС «Биологическая» Т-1;
- 2 – трансформатор ПС «Орджоникидзе» Т-2

Из рисунка видно, что наиболее оптимальными являются квадратичная и кубическая меры расстояния, использование которых позволяет получить максимальное значение уровней распознавания. Дальнейшее же увеличение значения меры расстояния не приводит к возрастанию значения уровней распознавания.

Из выполненных расчетов следует, что окисление масла в трансформаторе «Орджоникидзе» Т-2 протекает с нормальной скоростью, повода для вмешательства нет. Для трансформатора «Биологическая» Т-1 окисление масла признается аномальным (при загрузке трансформатора 5,5 %

старение происходит с той же интенсивностью, как и для трансформаторов с загрузкой 50 %), требуется оперативное вмешательство. Приведенный пример наглядно демонстрирует преимущества предлагаемого метода оценки старения масла по сравнению с традиционным [15]. Разработанный метод оценки старения масла позволяет количественно оценить динамику дрейфа показателей, даже если значения этих показателей находятся в области допустимых значений.

В заключение отметим еще один способ решения задачи прогнозирования с использованием так называемого метода функции отказов. Суть метода заключается в следующем. Все отказы объектов упорядочиваются по времени их возникновения τ_i : $\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_N$, где $\tau_1 < \tau_2 < \dots < \tau_N$ и N – количество отказов. Каждому объекту, отказавшему в момент τ_i , очевидно, в начальный момент времени соответствует совокупность параметров $\{\xi\}_i = \{\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_k\}_i$, то есть $\{\xi\}_1, \{\xi\}_2, \dots, \{\xi\}_N$ или векторы $\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_N$.

Применяя предположение (которое уже использовалось в методах статистической классификации), что значения векторов состояния ξ соответствуют определенным образом подготовленности объектов, можно говорить о зависимости вектора состояния ξ от времени отказа объекта τ . В общем случае $\xi = \varphi(\tau_i)$ – нелинейная функция, и в связи с этим возникает задача аппроксимации ее простейшими функциями, например, вида

$$\varphi(\xi) = \sum_{s=1}^k \sum_{r=1}^s v_{sr} \xi_s \xi_r + \sum_{s=1}^k v_s \xi_s + v_0, \quad (5.55)$$

где v – весовые коэффициенты, которые определяются из условия минимизации средней квадратической ошибки отклонения.

Существенным преимуществом этого метода является то, что он может быть заложен в простую опознающую систему.

Вопросы для самоконтроля

1. Метрика пространства признаков.
2. Метрика в неизотропном пространстве признаков.
3. Обобщенная метрика пространства признаков.
4. Диагностика по расстоянию до эталона.

5. Диагностика по угловому расстоянию.
6. Диагностика по расстоянию до множества.
7. Метод минимального расстояния до множества.
8. Распознавание типа дефекта высоковольтных силовых трансформаторов на основе анализа образов дефектов, построенных по результатам хроматографического анализа растворенных в масле газов.
9. Формирование эталонных множеств в условиях временного дрейфа диагностических признаков.
10. Распознавание траекторий изменения состояний диагностируемого объекта.
11. Оценка степени старения трансформаторных масел с помощью метода распознавания траекторий.

Литература к разделу

Основная литература

1. Биргер И.А. Техническая диагностика / И.А. Биргер. – М. : Машиностроение, 1978. – 240 с.
2. Вапник В.Н. Теория распознавания образов / В.Н. Вапник, А.Я. Червоненкис. – М. : Наука, 1974. – 416 с.
3. Загоруйко Н.Г. Методы распознавания и их применение / Н.Г. Загоруйко. – М. : Советское радио, 1972. – 206 с.
4. Діагностика маслонаповненого трансформаторного обладнання за результатами хроматографічного аналізу вільних газів, відібраних із газового реле, і газів, розчинених у ізоляційному маслі СОУ-Н ЕЕ 46.501:2006. – Київ. – 2007. – 92 с.
5. Шутенко О.В. Распознавание образов дефектов на основе метода диагностики по расстоянию до эталона / О.В. Шутенко, Д.Н. Баклай, Т.А. Острикова // Вісник НТУ «ХПІ». – 2012. – № 49. – С. 129–140.
6. Гмурман В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика : учеб. пособ. для вузов / В.Е. Гмурман. – М. : Высш. шк., 1977. – 479 с.

7. Шутенко О.В. Формирование однородных массивов показателей качества трансформаторного масла в условиях априорной неопределенности результатов испытаний / О.В. Шутенко // Інтегровані технології та енергозбереження. – Харків : НТУ «ХПІ». – 2006. – № 4. – С. 42–50.

8. Бондаренко В.Е. Метод выделения оптимального числа наиболее информативных показателей качества при синтезе регрессионных моделей для оценки степени старения жидкой изоляции трансформаторов / В.Е. Бондаренко, О.В. Шутенко // Техническая электродинамика : – Киев : ИЭ НАНУ. – 2006. – № 5, тем. вып. – С. 88–93.

9. Гаскаров Д.В. Прогнозирование технического состояния и надежности радиоэлектронной аппаратуры / Д.В. Гаскаров, Т.А. Голинкевич, А.В. Мозгалеvский. – М. : Советское Радио, 1974. – 224 с.

10. Бондаренко В.Е. Усовершенствование процедуры принятия решений при оценке степени старения трансформаторных масел / В.Е. Бондаренко, О.В. Шутенко // ЕЛЕКТРО. Електротехника, електроенергетика, електротехническая промышленность. – 2009. – № 1.– С. 17–21.

11. Шутенко О.В. Разработка метода для оценки степени старения трансформаторного масла / О.В. Шутенко, Д.Н. Баклай // Вісник Чернігівського Державного технологічного університету. – Чернігів : ЧДТУ. – 2011. – № 1(47). – С. 164–173.

12. Пат. 56429, Україна, МПК G01N 30/00. Спосіб оцінки ступеня старіння трансформаторних масел в баках силових високовольтних трансформаторів / Бондаренко В.О., Шутенко О.В., Баклай Д.М., Аулова Н.В.; заявник і патентовласник НТУ «ХПІ». – № 201009226; заявл. 22.07. 2010; опубл. 10.01. 2011, Бюл. № 1.

13. Шутенко О.В. Исследование влияния режимов работы трансформаторов на интенсивность старения масла / О.В. Шутенко // Енергетика та електрифікація. – 2008. – № 8. – С. 54–59.

14. Шутенко О.В. Исследование влияния загрузки трансформатора на состояние масла в процессе эксплуатации / О.В. Шутенко // Вісник НТУ «ХПІ». – 2004. – № 22.– С. 121–126.

15. Приймання, застосування та експлуатація трансформаторних масел. Норми оцінювання якості. СОУ-Н ЕЕ 43.101:2009.– Київ : ДП НТУКЦ «АСЕнерго», 2009.

Дополнительная

16. Вайнцвайг М.Н. Алгоритм обучения распознавания образов / М.Н. Вайнцвайг. – М. : Советское радио, 1973. – 743 с.
17. Ивахненко А.Г. Кибернетические системы / А.Г. Ивахненко. – Киев : Техника, 1966. – 511 с.
18. Основы технической диагностики / П.П. Пархоменко, В.В. Карибский, Е.С. Сагомян, В.Ф. Халчев. – М. : Энергия, 1976. – 462 с.
19. Бондаренко В.Е. Оценка достоверности результатов периодического контроля состояния трансформаторных масел / В.Е. Бондаренко, В.Б. Абрамов, О.В. Шутенко, Д.Н. Баклай // Новини енергетики. – Київ. – 2011. – № 2. – С. 40–48.

РАЗДЕЛ 6

МЕТОДЫ РАСПОЗНАВАНИЯ КРИВЫХ

Во многих случаях информация о состоянии системы (объекта) содержится в виде записи значений диагностического параметра или его отклонений от нормального или первоначального уровня в различные моменты времени [1]. Результаты представляются в виде непрерывных функций x (кривых) или совокупности дискретных значений $\{x(t_i)\}$. Принципиальной разницы между этими двумя видами информации нет, и, ограничиваясь некоторой максимальной частотой периодической составляющей, можно указать шаг квантования, при котором за период наблюдения T непрерывная и дискретная формы записи эквивалентны. В других случаях дискретное представление можно рассматривать как приближенное.

Разберем непрерывную запись диагностического параметра в виде кривой $x(t)$. Наличие неисправности может проявиться в возрастании отдельных периодических составляющих в спектральном составе, в существенном изменении значений диагностического параметра и т. п. Анализируя характер кривой $x(t)$, можно во многих случаях сделать важное заключение о техническом состоянии системы (объекта). Установление соответствия между состоянием системы и протеканием отображающих функций $x(t)$ будем называть распознаванием кривых.

Для технической диагностики представляет интерес решение двух основных вопросов.

1. Являются ли наблюдаемые во время эксплуатации изменения кривой $x(t)$ следствием случайных, несущественных изменений в системе, или они вызваны более серьезными причинами.

2. Если отличия в изменении кривой являются значительными, то с какими из возможных состояний системы они связаны. При непрерывном слежении за параметрами системы вторая задача решается после первой, при выборочном наблюдении или анализе указанные задачи независимы.

Основная идея методов распознавания кривых состоит в отображении бесконечного многообразия значений функций в конечномерное пространство признаков.

Разные методы распознавания различаются выбором системы признаков и способами разделения состояний в пространстве признаков.

6.1. Обнаружение неслучайных отклонений по методу средних

Рассмотрим на примере такого диагностического признака, как тангенс угла диэлектрических потерь трансформаторных масел. Данный показатель является одной из важнейших характеристик состояния трансформаторных масел, значения которого определяются в результате периодических испытаний. В качестве примера рассмотрим трансформатор ПС «Вентиляционная» Т-3, ТДНГ 20, 110/10. Зависимость тангенса угла диэлектрических потерь масла от продолжительности эксплуатации приведена на рис. 6.1.

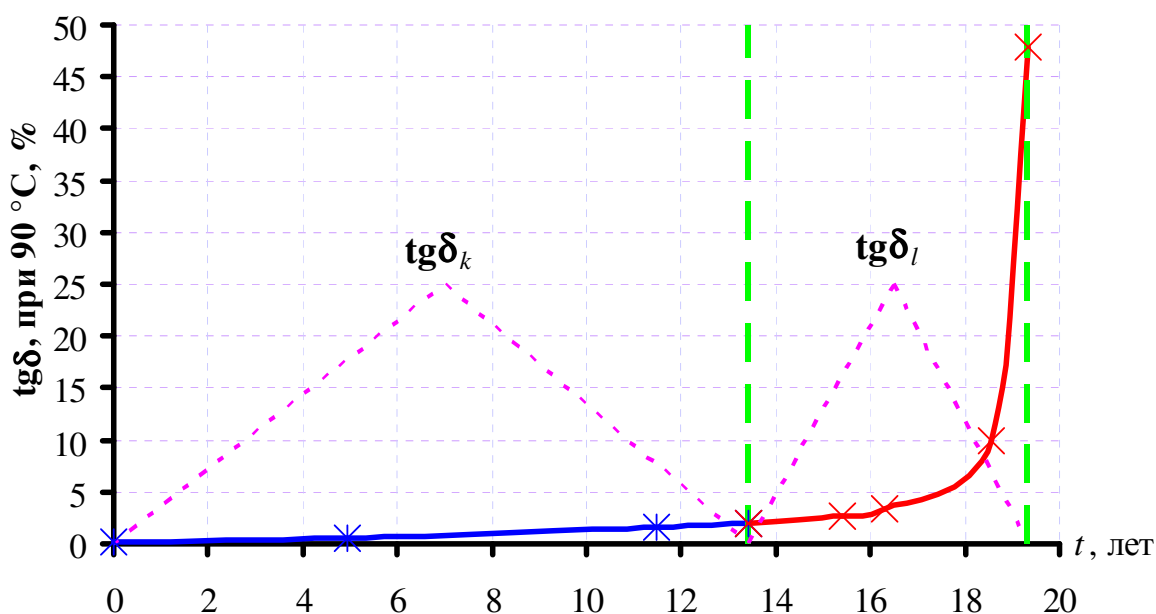


Рисунок 6.1 – Обнаружение систематических отклонений по выборочным данным

Пусть анализируются данные за два периода: k и l (рис. 6.1), сопоставляются совокупность n_k значений параметра $\text{tg}\delta$ (выборка $\{\text{tg}\delta_k\}$) и совокупность n_l значений за другой отрезок времени (выборка $\{\text{tg}\delta_l\}$). Тем самым поведение кривой на двух участках описывается конечным числом признаков – ординатами кривой. Обычно эти ординаты выбирают в виде последовательных, равноотстоящих по времени значений $\text{tg}\delta(t)$. Существу-

ет довольно большое число способов оценки различия двух выборок [1; 2]. Одним из наиболее простых и эффективных является *метод средних*, в соответствии с которым определяется среднее значение и среднеквадратичное отклонение каждой из выборок:

$$\overline{\text{tg } \delta_k} = \sum_{i=1}^{n_k} \text{tg } \delta_{k(i)}; \quad \overline{\text{tg } \delta_l} = \sum_{j=1}^{n_l} \text{tg } \delta_{l(j)}; \quad (6.1)$$

$$\delta_k = \sqrt{\frac{1}{n_k - 1} \sum_{i=1}^{n_k} (\text{tg } \delta_{k(i)} - \overline{\text{tg } \delta_k})^2};$$

$$\delta_l = \sqrt{\frac{1}{n_l - 1} \sum_{j=1}^{n_l} (\text{tg } \delta_{l(j)} - \overline{\text{tg } \delta_l})^2}. \quad (6.2)$$

Далее оценивается значимость различия с помощью критерия Стьюдента [2]:

$$|t| = \frac{|\overline{\text{tg } \delta_k} - \overline{\text{tg } \delta_l}|}{\sqrt{\frac{(n_k - 1)s_k^2 + (n_l - 1)s_l^2}{n_k + n_l - 2} \left(\frac{1}{n_k} + \frac{1}{n_l} \right)}}. \quad (6.3)$$

Различие признается значимым, если

$$|t| > t_{\text{крит}}(n, \alpha), \quad (6.4)$$

где $t_{\text{крит}}(n, \alpha)$ – коэффициент Стьюдента для числа степеней свободы $n = n_k + n_l - 2$ и доверительной вероятности α .

Разобьем анализируемую выборку на два участка (см. рис. 6.1) по 4 значения на каждом и определим средние значения и значения среднеквадратических отклонений на участках:

$$\overline{\text{tg } \delta_k} = 1,05; \quad \overline{\text{tg } \delta_l} = 15,95;$$

$$\delta_k = 0,842; \quad \delta_l = 21,548.$$

Определяем расчетное значение критерия Стьюдента по выражению (6.3): $|t| = 7,988$. Задаемся уровнем значимости $\alpha = 5 \%$ и находим из [2] критическое значение критерия Стьюдента для заданного уровня значимости α и числа степеней свободы $n = 6$:

$$t_{\text{крит}}(6, 5\%) = 1,943.$$

Поскольку расчетное значение критерия Стьюдента меньше табличного, то изменение математического ожидания тангенса угла диэлектрических потерь можно считать значимым.

Для оценки различия выборок иногда используется простой критерий Фишера (отношение дисперсий):

$$F = \frac{\delta_{\text{max}}^2}{\delta_{\text{min}}^2}. \quad (6.5)$$

Различие признается значимым, если

$$|F| > F_{\text{крит}}(n_1, n_2, \alpha), \quad (6.6)$$

где $F_{\text{крит}}(n_1, n_2, \alpha)$ – критическое значение критерия Фишера для числа степеней свободы: $n_1 = n_k - 1$; $n_2 = n_l - 1$ и доверительной вероятности α .

Однако применение критерия Фишера эффективно только в тех случаях, когда отличие выборок сказывается в нестабильности диагностического параметра при почти неизменном среднем значении.

Проверим анализируемую выборку на значимость расхождений по дисперсиям. Для этого выполним расчет значения дисперсий на участках и определим расчетное значение критерия Фишера:

$$F = \frac{0,71}{464,33} = 653,985.$$

Задаемся уровнем значимости $\alpha = 5\%$ и находим из [2] критическое значение критерия Фишера, для заданного уровня значимости α и числа степеней свободы: $n_1 = 3$ и $n_2 = 3$:

$$F_{\text{крит}}(3, 3, 5\%) = 9,276.$$

Поскольку расчетное значение критерия Фишера меньше табличного, то изменение дисперсии тангенса угла диэлектрических потерь можно считать значимым. Полученные результаты свидетельствуют о том, что в изоляции трансформатора «Вентиляционная» Т-3 происходит интенсивный процесс старения, необходимо вмешательство персонала.

6.2. Обнаружение неслучайных отклонений на основе дисперсионного анализа линейной регрессии

Общая математическая модель состояния объекта контроля может быть представлена в виде многомерного вектора показателей (характеристик) [3]:

$$\bar{x}(t) = \bar{G}(t) + \bar{\eta}(t) + \bar{\xi}(t), \quad (6.7)$$

где $\bar{G}(t)$ – постоянная составляющая, характеризующая в объекте необратимые изменения; $\bar{\eta}(t)$ – обратимые изменения; $\bar{\xi}(t)$ – погрешность измерительных средств контроля.

Считается, что регулярная составляющая представляет собой гладкую функцию от аргумента времени t , описываемую конечным вектором параметров β : $\bar{G}(t) = f(\beta, t)$

Используя терминологию статистического анализа временных рядов [6.3], регулярную составляющую назовем *трендом*. Случайная составляющая $\bar{\eta}(t)$ – это случайный процесс с нулевым математическим ожиданием и с достаточно узкой автокорреляционной функцией. Составляющие $\bar{\eta}(t)$ и $\bar{\xi}(t)$ определяют стохастическую часть процесса. Для простоты анализа составляющие $\bar{\eta}(t)$ и $\bar{\xi}(t)$ можно объединить в процесс (6.7) и записать в виде

$$\bar{x}(t) = \bar{G}(t) + \bar{\eta}(t). \quad (6.8)$$

Процессом постепенного изменения технического состояния объекта контроля будем считать процесс, для которого выполняется соотношение

$$\|G(t+t) - G(t)\| \gg \|\eta(t+t) - \eta(t)\|, \quad (6.9)$$

где $\|\dots\|$ – норма вектора.

Действительно, чем сильнее неравенство (6.9), тем ближе процесс к детерминированному, функционально зависящему от времени эксплуатации t , при этом случайный процесс предполагается стационарным по среднему значению, то есть

$$M[\eta(t)] = 0. \quad (6.10)$$

Если выполняется условие (6.10) для процесса (6.8), то он может считаться детерминированным и его можно использовать для прогнозирования технического состояния объекта (например, для оценки остаточного ресурса или параметрического отказа). Тогда многомерный процесс необратимого изменения технического состояния объекта контроля определяется вектором $W[\beta(x), t]$ функции времени постоянных коэффициентов β :

$$\bar{x}(t) = \bar{W}[\bar{\beta}(x), t] + \bar{E}, \quad (6.11)$$

где \bar{E} – вектор случайных ошибок, не зависящих от длительности эксплуатации.

При больших значениях дисперсий случайных ошибок можно использовать операции сглаживания [3], практически сводящиеся к минимизации суммы квадратов отклонений (метод наименьших квадратов):

$$\sum_{i=1}^n \{x_j(t_i) - \bar{W}[\bar{\beta}(x), t_i]\}^2 = \min, \quad (6.12)$$

где $x(t_i)$ – одномерный временной ряд для j -й составляющей вектора $X(t)$.

Выражение (6.11) позволяет рассматривать измеренные в ходе периодических испытаний значения показателей X_i как реализацию нестационарных по среднему и непрерывных случайных процессов с дискретным временем (временем профилактических испытаний). Под значимостью контролируемого показателя качества будем понимать его способность ощутимо изменять регулярную составляющую $W[\beta(x), t]$ на фоне случайной величины ε_i , что предполагает превышение изменения тренда $f(\beta, t)$ над средним квадратическим отклонением процесса σ^2 в интервале времени эксплуатации оборудования.

Определение вида функций $\bar{W}[\bar{\beta}(x), t_i]$ и оценка коэффициентов $\beta_k(x)$, $k = \overline{1, P}$ должны производиться по известной обучающей выборке, то есть фактически по результатам подконтрольной эксплуатации объекта (по результатам профилактических испытаний). При этом для снижения ошибок первого и второго рода имеет смысл уменьшить дисперсию случайной величины ε_i путём исключения из массива исходных данных заведомо иска-

жённых выборочных последовательностей. Превышение случайной величины ε_i над регулярной составляющей $W[\beta(x), t]$ [4] может привести к тому, что на анализируемом промежутке времени процесс окажется стационарным по математическому ожиданию, либо при наличии наиболее грубых ошибок изменит направление.

Зависимости диагностических показателей от длительности эксплуатации можно представить в виде линейной регрессионной модели, когда входная переменная x (в нашем случае – срок службы) контролируется без ошибок (дата измерений известна), а выходная переменная y (значение показателя) является случайной величиной. Влияющим фактором будем считать x .

При использовании линейной регрессионной модели результат измерения будет иметь вид [5]:

$$Y_i = b_0 + b_1 \cdot x_i + \varepsilon_i, \quad (6.13)$$

где x – фактор (длительность эксплуатации); Y – переменная (отклик); b_0 и b_1 – коэффициенты регрессионного уравнения, подлежащие определению; ε_i – значение остатков (невязок).

Остатки распределены по нормальному закону: $\varepsilon_i \sim N(0, \sigma^2)$ с $M[\varepsilon_i] = 0$; $D[\varepsilon_i] = \sigma^2$; $\text{cov}[\varepsilon_i] = 0$.

Для выявления влияния фактора x на изменение средних значений отклика Y выполним дисперсионный анализ линейной регрессии [6.5], [6.6]. Найдем разложение суммы квадратов отклонений случайной переменной y_i от своего среднего значения:

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2 &= \sum_{i=1}^n \left[y_i - \bar{y} + \hat{y}_i - \hat{y}_i \right]^2 = \sum_{i=1}^n \left[\left(\hat{y}_i - \bar{y} \right) + \left(y_i - \hat{y}_i \right) \right]^2 = \\ &= \sum_{i=1}^n \left(\hat{y}_i - \bar{y} \right)^2 + 2 \cdot \sum_{i=1}^n \left(\hat{y}_i - \bar{y} \right) \cdot \left(y_i - \hat{y}_i \right) + \sum_{i=1}^n \left(y_i - \hat{y}_i \right)^2. \end{aligned} \quad (6.14)$$

Учитывая, что $\hat{Y}_i = b_0 + b_1 \cdot \tilde{o}_i + \varepsilon_i$ – предполагаемое значение Y для данного X , подставив в (6.14) второе слагаемое, получим:

$$\sum_{i=1}^n \left(\hat{y}_i - \bar{y} \right) \cdot \left(y_i - \hat{y}_i \right) = \sum_{i=1}^n (b_0 + b_1 \cdot x_i - b_0 - b_1 \cdot \bar{x}) \cdot \left(y_i - \hat{y}_i \right) \quad (6.15)$$

$$= b_1 \cdot \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x}) \cdot \varepsilon_i = 0.$$

Тогда

$$\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2 = \sum_{i=1}^n \left(\hat{y}_i - \bar{y} \right)^2 + \sum_{i=1}^n \left(y_i - \hat{y}_i \right)^2. \quad (6.16)$$

Обозначим:

$$Q = \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2 - \text{сумма квадратов относительно среднего;}$$

$$Q_1 = \sum_{i=1}^n \left(\hat{y}_i - \bar{y} \right)^2 - \text{сумма квадратов, обусловленная регрессией;}$$

$$Q_\varepsilon = \sum_{i=1}^n \left(y_i - \hat{y}_i \right)^2 - \text{сумма квадратов относительно регрессии.}$$

Тогда

$$Q = Q_1 + Q_\varepsilon. \quad (6.17)$$

Рассмотрим модель образования ошибок при вычислении Y_i по значениям X_i при использовании идеальной модели:

$$Y_i = b_0 + b_1 \cdot x_i + \varepsilon_i, \quad (6.18)$$

где $\varepsilon_i \sim N(0, \sigma^2)$, причем σ^2 неизвестна.

Оценка значения Y_i по принятой модели:

$$\hat{Y}_i = b_0 + b_1 \cdot x_i + \varepsilon_i, \quad (6.19)$$

где $\varepsilon_i \sim N(0, S^2)$.

Если принятая модель адекватна идеальной, но $\sigma^2 = S^2$, то в противном случае $S^2 > \sigma^2$. Величина S^2 – это остаточная дисперсия, определяемая сум-

мой квадратов Q_ε . Чем меньше отношение Q_ε/Q , тем более пригодна модель $\hat{Y}_i = b_0 + b_1 \cdot x_i$. Для предсказания средних значений Y по X обычно используют величину R_2 [2]

$$R^2 = 1 - \frac{Q_\varepsilon}{Q} = \frac{Q - Q_\varepsilon}{Q} = \frac{Q_1}{Q}. \quad (6.20)$$

Чем ближе к единице это отношение, тем лучше выбрана модель (6.20). Разделив числитель и знаменатель (6.20) на $(n - 1)$, получим:

$$R^2 = \frac{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (\hat{Y}_i - \bar{Y})^2}{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (Y_i - \bar{Y})^2} = \frac{b_1^2 \cdot D_x}{D_y}. \quad (6.21)$$

Поскольку Q_1 и Q_ε – функции случайных величин Y_i , то Q_1 и Q_ε – случайные величины.

Математическое ожидание средних квадратов Q_1 и Q_ε будет таким:

$$\begin{aligned} M[Q_1] &= M\left[\sum_{i=1}^n (\hat{Y}_i - \bar{Y})^2\right] = M\left[\sum_{i=1}^n (\beta_0 + \beta_1 \cdot X_i + \beta_i - b_0 - \beta_1 \cdot \bar{X}_i)^2\right] = \\ &= M\left[\sum_{i=1}^n \{\beta_1 \cdot (X_i - \bar{X}) + \varepsilon_i\}^2\right] = \\ &= \beta_1^2 \cdot M\left[\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2\right] + M\left[\sum_{i=1}^n \varepsilon_i^2\right]. \end{aligned} \quad (6.22)$$

Поскольку X – неслучайная величина, то

$$M\left[\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2\right] = \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2; \quad (6.23)$$

если $\beta_1 = 0$, то

$$M[Q_1] = \sigma^2 + \beta_1^2 \cdot \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2 = \sigma^2; \quad (6.24)$$

$$M[S^2] = \delta^2. \quad (6.25)$$

Пусть H_0 – основная гипотеза (регрессия незначима, то есть $\beta_1 = 0$). Рассмотрим отношение средних квадратов:

$$F = \frac{Q_1}{Q_{\varepsilon}/(n-2)} = \frac{Q_1/v_1}{Q_{\varepsilon}/v_2}, \quad (6.26)$$

где n – объем выборочных значений; $v_1 = 1$, $v_2 = n - 2$ – число степеней свободы.

Тогда

$$F_{1, n-2} = \frac{R^2}{(1-R^2)} \cdot (n-2); \quad (6.27)$$

$$F_{p-1, n-p} = \left(\frac{R^2}{1-R^2} \right) \cdot \left(\frac{n-p}{p-1} \right), \quad (6.28)$$

где: p – число слагаемых в регрессионном уравнении.

Математическое ожидание для $Q_1/1$ и $Q_{\varepsilon}/(n-2)$ одно и то же и равно δ^2 (если $\beta_1 = 0$). Таким образом, статистика

$$F = \frac{\sum_{i=1}^n (\hat{Y}_i - \bar{Y})^2}{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (Y_i - \hat{Y})^2} = \frac{\chi_1^2/1}{\chi_{n-2}^2/(n-2)} \sim F_{1, n-2}. \quad (6.29)$$

Если U и V – независимые случайные величины с χ^2 распределениями и v_1, v_2 степенями свободы, то $\frac{U/v_1}{U/v_2} \sim F_{v_1, v_2}$ и $F_{1, n-2} = \frac{b_1^2 \cdot D_x \cdot (n-2)}{(D_y - b_1^2 \cdot D_x)}$.

Порог сравнения $F_{кр} = F_{1, (n-2), (1-\alpha)}$.

Изменение диагностического признака значимо, если $F > F_{кр}$ (гипотеза H_0 отвергается).

Проиллюстрируем использование дисперсионного анализа линейной регрессии для оценки неслучайных отклонений на примере такого показателя, как кислотное число трансформаторных масел.

Проанализируем результаты периодического контроля кислотного числа для двух трансформаторов подстанции «Ленинская» Т-1, ON/OB -

31,5/ 110/35/6 Луганской области и трансформатор подстанции «Серп и молот» Т-2, ТДТН-40,5, 110/35/6 Харьковской области. Объем выборки составил 92 значения для трансформатора «Ленинская» Т-1 и 17 значений для трансформатора «Серп и молот» Т-2. Оба трансформатора находятся в эксплуатации более 30 лет. Естественно возникает задача оценить, насколько значимо изменилось значение данного показателя за весь период эксплуатации.

Оценка выполнялась в следующей последовательности:

1. Методом наименьших квадратов определялись коэффициенты линейной регрессии для каждого из трансформаторов:

$$b_0 = \frac{\sum_{i=1}^n y_i \cdot \sum_{i=1}^n t_i^2 - \sum_{i=1}^n y_i \cdot t_i \cdot \sum_{i=1}^n t_i}{n \cdot \sum_{i=1}^n t_i^2 - \left(\sum_{i=1}^n t_i \right)^2}; \quad (6.30)$$

$$b_1 = \frac{n \cdot \sum_{i=1}^n y_i \cdot t_i - \sum_{i=1}^n y_i \cdot \sum_{i=1}^n t_i}{n \cdot \sum_{i=1}^n t_i^2 - \left(\sum_{i=1}^n t_i \right)^2}. \quad (6.31)$$

2. Используя выражение (6.19) по (6.21), вычислили значение величины R^2 для каждой выборки.

3. Рассчитывали значения критериальных статистик по (6.29).

4. Значения статистик сравнения при $v_1 = 1$, $v_2 = n - 2$ и доверительной вероятности $p = 0,95$ находили по [2].

Результаты регрессионного анализа приведены на рис. 6.2 и 6.3.

Для оценки значимости изменений кислотного числа в данных трансформаторах выполним сравнение рассчитанных значений критерия Фишера с критическими значениями данного критерия.

Для трансформатора Т-1 подстанции «Ленинская» расчетное значение критерия Фишера $F = 326,6$ превышает критическое значение $F_{\text{крит}}(1, 90, 5 \%) = 5,219$, что свидетельствует о интенсивном окислении масла в данном трансформаторе, необходимо принять меры по ингибиро-

ванию окислительных реакций (например, сушка масла, его регенерация, замена силикагеля или добавление антиокислительных присадок (ионол)).

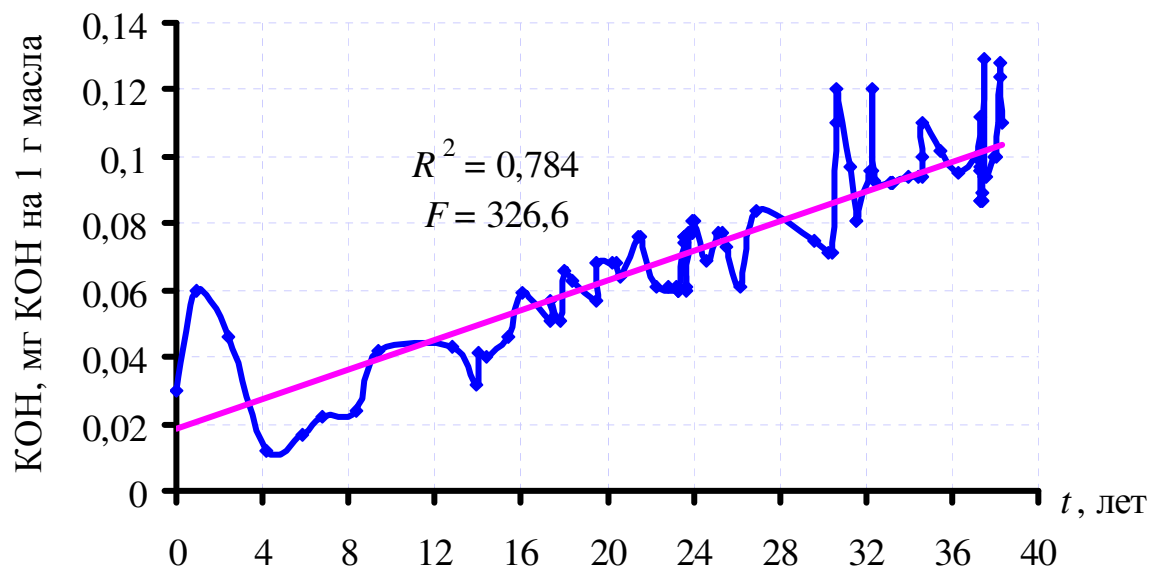


Рисунок 6.2 – Результаты периодического контроля кислотного числа трансформаторного масла и линейная регрессия для трансформатора Т-1 подстанции «Ленинская» Т-1

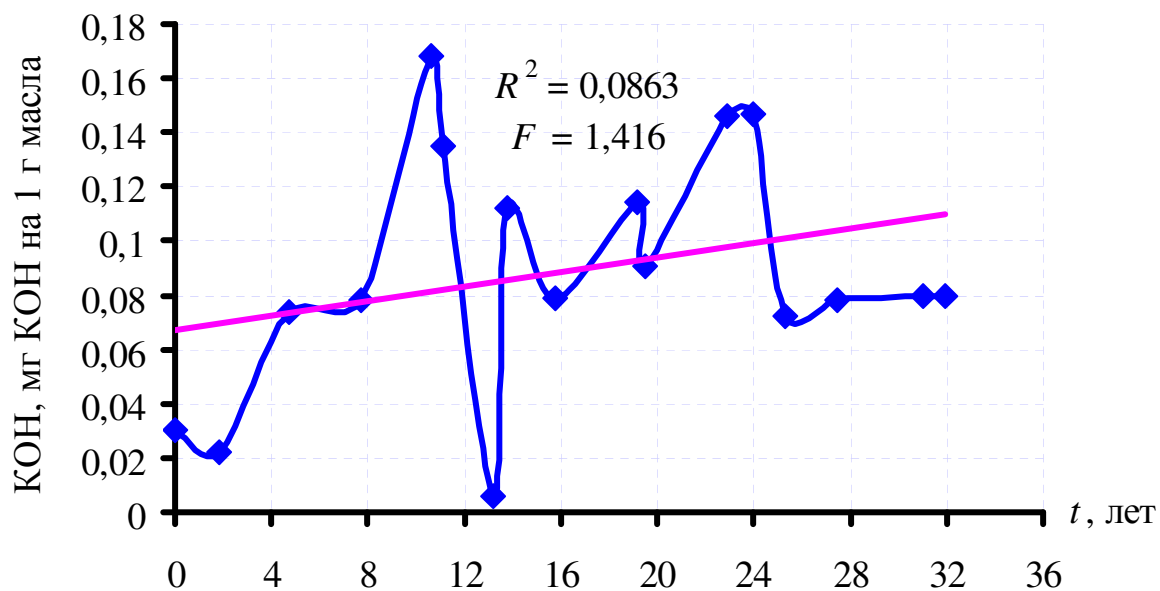


Рисунок 6.3 – Результаты периодического контроля кислотного числа трансформаторного масла и линейная регрессия для трансформатора Т-2 подстанции «Серп и молот»

Для трансформатора Т-2 подстанции «Серп и молот» расчетное значение критерия Фишера $F = 1,416$ не превышает критического значения $F_{\text{крит}}(1, 15, 5 \%) = 4,543$, что свидетельствует о не очень интенсивном накоплении в масле органических кислот. Как видно из рис. 6.3, это обусловлено выполненным оперативным персоналом ингибированием окислительных реакций после 12 и 24 лет эксплуатации.

При использовании данного метода следует учитывать, что в случае значительного отклонения зависимости диагностического показателя от линейной зависимости метод может давать существенную погрешность, поскольку сумма квадратов отклонений от среднего, обусловленная отклонением от линейности, будет входить в остаточную сумму квадратов. Если по известной априорной информации или в результате выполненного дисперсионного анализа на отклонение от линейности [6; 7] установлена значимая нелинейность показателя, то целесообразно использовать математические модели дисперсионного анализа [6; 7].

6.3. Оценка неслучайных отклонений по контрольным уровням

В практических задачах для оценки неслучайных отклонений при непрерывной или дискретной записи значений параметров часто используются заранее назначаемые контрольные уровни. В сущности большинство сигнализирующих устройств диагностического назначения выдают сигналы о достижении определенного (опасного) уровня. Достижение предельного уровня при единичном выбросе еще не служит достаточно обоснованным свидетельством опасного состояния, так как возможны случайные помехи.

Часто для повышения достоверности оценки используются *предупредительный* и *предельный уровни*. Например, при достижении параметром $x(t)$ отклонения Δ_1 сверх нормального уровня x_0 загорается сигнальная лампочка, после превышения $x_0 + \Delta_2$ происходит автоматическое отключение системы. Уровни Δ_1 и Δ_2 определяются на основании специальных испытаний и анализа последствий дефектов. Если учесть случайную нестационарность параметра, то следует принимать

$$\Delta_1 \geq k_1 \sigma_x, \Delta_2 \geq k_2 \sigma_x, \quad (6.32)$$

где σ_x – среднеквадратичное отклонение параметра.

При контроле технологических процессов производства часто принимают $k_1 = 2$; $k_2 = 3$. Ограничение по контрольным уровням является более грубым, чем ограничение по методу средних, так как часто параметр не достигает предельного уровня, но его отклонения свидетельствуют о возникновении неисправности.

При диагностике состояния изоляции электроэнергетического оборудования аналогом контрольных уровней могут являться граничные значения диагностических показателей [8].

Например, система контроля состояния трансформаторных масел, существующая в Украине, позволяет выделить две характерные области:

1) область нормальных значений показателей качества – масло пригодно к эксплуатации, значения показателей качества не выходят за границы допустимых;

2) область браковочных значений, когда один или несколько показателей качества масла вышли за граничные значения.

Используемые за рубежом различными энергетическими компаниями более сложные многоуровневые системы контроля [9] более совершенны, однако также не лишены недостатков. Так, система контроля состояния трансформаторного масла, принятая в компании *S.D. Myers* (США), которая проводит обследования трансформаторов с 1965 г., имеет три характерные области: область приемлемых значений показателей качества масла, область ухудшенных значений показателей качества и область неприемлемых показателей качества.

Основным недостатком такого подхода является то, что граничные значения показателей качества масла никак не связаны с продолжительностью эксплуатации и одинаковы на всем временном промежутке, поэтому невозможно определить состояние масла в интервале допустимых значений. На ранней стадии эксплуатации значения показателей будут ниже граничных, поэтому в данной области какую-либо оценку произвести невозможно. С другой стороны, дрейф значений показателей будет происходить с разной скоростью и будет определяться условиями эксплуатации.

Однако граничные значения показателей не только постоянны на всем интервале эксплуатации, но и никак не связаны с режимами работы трансформаторов.

Таким образом, существующая система диагностики не позволяет выявить трансформаторы с аномальным старением масла на ранней стадии, то есть еще до того, как эти показатели достигли своих граничных значений, что является существенным недостатком. Наглядно этот недостаток иллюстрируют рис. 6.4 и 6.5, на которых приведены зависимости кислотного числа масла от длительности эксплуатации для трансформаторов ПС «Селекционная» АК «Харьковоблэнерго».

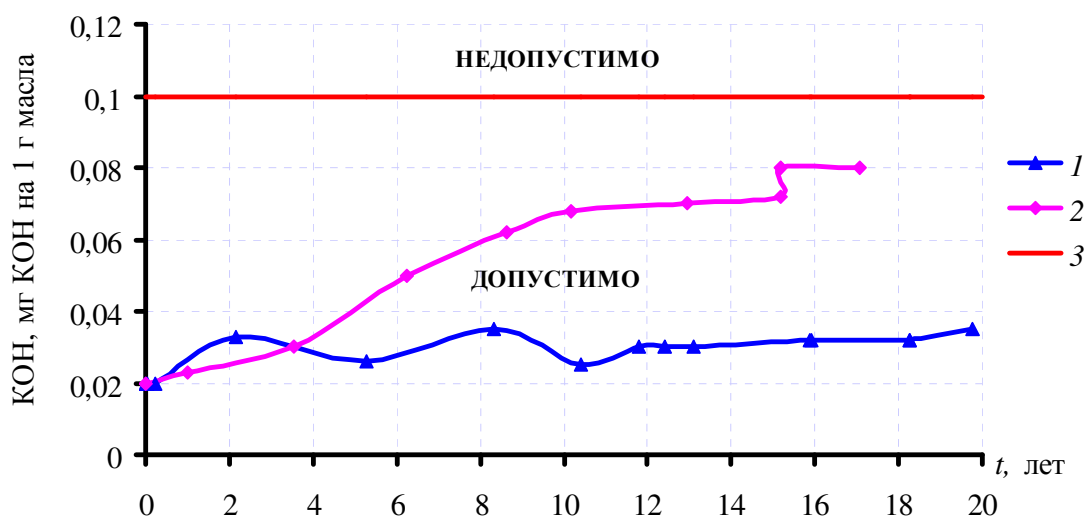


Рисунок 6.4 – Зависимости кислотного числа трансформаторного масла от длительности эксплуатации трансформаторов подстанции «Селекционная» АК «Харьковоблэнерго»:

- 1 – трансформатор подстанции «Селекционная» Т-1, 25 МВА, 110/6;
- 2 – трансформатор подстанции «Селекционная» Т-2, 25 МВА, 110/6;
- 3 – граничное значение показателя, принятое в Украине

Несмотря на то что значения кислотного числа находятся в пределах допустимых значений, в трансформаторе «Селекционная» Т-2 происходит ускоренное старение масла. Однако выявить его, особенно на ранней стадии, ни одна из рассмотренных систем оценки не позволяет.

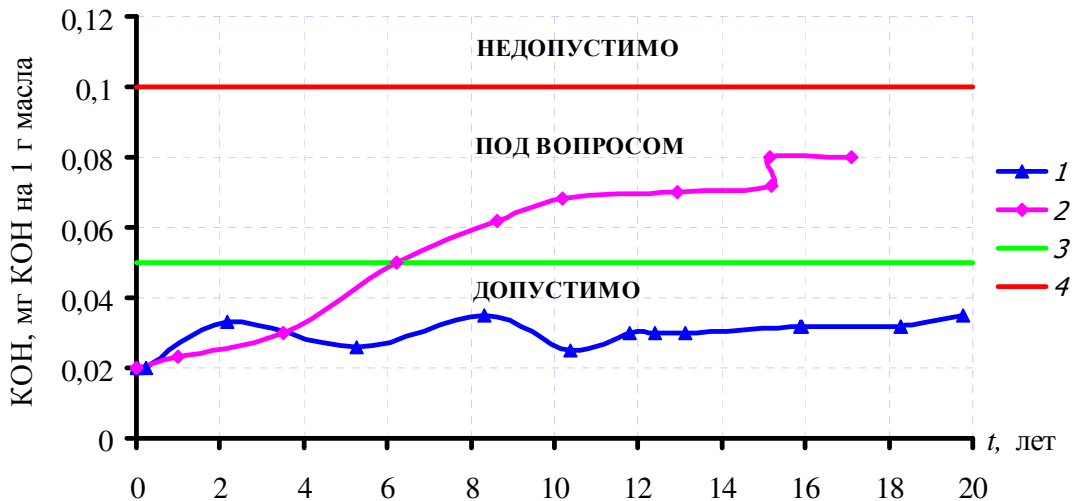


Рисунок 6.5 – Зависимости кислотного числа трансформаторного масла от длительности эксплуатации трансформаторов подстанции

«Селекционная» АК «Харьковоблэнерго»:

1 – трансформатор подстанции «Селекционная» Т-1, 25 МВА, 110/6;

2 – трансформатор подстанции «Селекционная» Т-2, 25 МВА, 110/6;

3, 4 – граничные значения показателя, используемые компанией *S.D. Myers* (США)

6.4. Общая задача распознавания кривых, метод признаков

Выше рассматривались отклонения в изменении направления кривой $x(t)$ и выяснялся их характер. Метод признаков предназначен для решения более общей задачи распознавания – установления связи между поведением кривой и состоянием системы [1].

Пусть имеется некоторое число состояний системы D_i и предполагается, что каждому состоянию соответствует определенный класс кривых $x(t)$. Предъявляется для распознавания кривая $x(t)$ за период времени T и требуется отнести ее к одному из указанных классов. Для того чтобы свести эту задачу к рассмотренной ранее проблеме распознавания, необходимо охарактеризовать все рассматриваемые кривые в единой системе признаков, то есть отобразить кривые в конечномерном пространстве признаков. Формирование пространства признаков представляет собой наиболее специфическую часть проблемы распознавания кривых.

6.4.1. Формирование признаков с помощью разложения в ряд по ортогональным функциям

В качестве признаков кривой $x(t)$ на участке $t_0 \leq t \leq t_1$ можно принять коэффициенты разложения функции в ряд Фурье. Не ограничивая общности, будем считать $t_0 = 0$ и $t_1 = T$, где T – продолжительность участка наблюдения. На данном участке функция:

$$x(t) = \frac{1}{2} \alpha_0 + \sum_{k=1}^{\infty} \alpha_k \cos \left(k \frac{2\pi t}{T} \right) + \sum_{k=1}^{\infty} \beta_k \sin \left(k \frac{2\pi t}{T} \right); \quad (6.33)$$

где коэффициенты Фурье:

$$\alpha_k = \frac{2}{T} \int_0^T x(t) \cos \left(k \frac{2\pi t}{T} \right) dt \quad (k = 0, 1, 2, \dots); \quad (6.34)$$

$$\beta_k = \frac{2}{T} \int_0^T x(t) \sin \left(k \frac{2\pi t}{T} \right) dt \quad (k = 1, 2, 3, \dots); \quad (6.35)$$

В соответствии с равенством (6.34) функция $x(t)$ на участке длительностью T представлена в виде разложения в ряд по ортогональным функциям:

$$1, \cos \left(\frac{2\pi t}{T} \right), \sin \left(\frac{2\pi t}{T} \right), \cos \left(2 \frac{2\pi t}{T} \right), \dots \quad (6.36)$$

Система функций $\{\varphi_i(t)\}$ называется ортогональной на участке $(0, T)$, если:

$$\int_0^T \varphi_i(t) \cdot \varphi_k(t) dt = 0 \quad (i \neq k). \quad (6.37)$$

Функция $x(t)$ представлена в виде суммы элементарных периодических кривых (тригонометрических функций). Обычно некоторое число первых членов разложения дает удовлетворительное представление о поведении функции $x(t)$. Ограничиваясь наибольшей гармоникой (например $k \leq 10$), можно охарактеризовать кривую $x(t)$ с помощью n признаков

$$n = 2k + 1,$$

причем признаками становятся величины $a_0, a_1, b_1, \dots, a_k, b_k$.

Разложение в ряд по тригонометрическим функциям (ряд Фурье) является наиболее употребительным. Применяется также разложение по по-

линомам Эрмита, Лежандра, Чебышева и др. Особый интерес для решения диагностических задач представляет разложение в ряд по ортогональным кусочно-линейным функциям [1].

Одним из примеров использования разложения в ряд по ортогональным функциям для диагностики состояния электроэнергетического оборудования является метод низковольтных импульсов (НВИ), который используется для диагностики механического состояния обмоток силовых трансформаторов [10–12].

Метод НВИ заключается в том, что на одну из обмоток расшинуванного трансформатора подается короткий прямоугольный зондирующий импульс низкого напряжения 100–600 В, длительностью около 1 мкс, и одновременно наблюдается ток на измерительных шунтах, подключенных к другим обмоткам. Таким образом, исследуется переходной процесс, возникающий в обмотках как реакция на воздействие прямоугольного импульса. Предварительно производится паспортизация реакции исправного (или нового) трансформатора на НВИ. Сравнение осциллограмм, записанных до КЗ (нормограмм) и после КЗ (дефектограмм), позволяет оценить состояние трансформатора.

Для интерпретации результатов НВИ использовался [10] численный спектральный анализ на основе дискретного преобразования Фурье. Спектральная функция сигнала имеет вид

$$S(f) = \int_{-\infty}^{\infty} F(t) \cdot e^{(-2\pi f i t)} dt, \quad (6.38)$$

где f – частота; $F(t)$ – функция изменения сигнала в осциллограмме НВИ.

Амплитудный спектр обмотки, то есть зависимость амплитуды сигнала от частоты f представлена [10] в виде

$$p(f) = |S(f)| = \sqrt{(\operatorname{Re}[S(f)])^2 + (\operatorname{Im}[S(f)])^2} \quad (6.39)$$

Для вычислений в [10] использовалось дискретное преобразование Фурье:

$$S(f) = \frac{T}{2N} \sum_{k=0}^{2N-1} F(t_k) \cdot e^{\left(-i \frac{\pi \cdot k \cdot N}{N}\right)}, \quad (6.40)$$

где $n = 0, 1, \dots, 2N-1$; N – число интервалов разбиения; t_k – временная координата точки на осциллограмме

$$t_k = k \frac{T}{2N}, \quad (6.41)$$

где T – длина заданного интервала времени (шаг разбиения), принимаемого при рассмотрении, если выполняется равенство $f = n / T$.

Переходя от показательной к комплексной форме для реальной и мнимой частей формулы (6.39), в [10] получено:

$$\operatorname{Re}[S(f)] = \frac{T}{2N} \sum_{k=0}^{2N-1} F(t_k) \cdot \cos \frac{\pi \cdot k \cdot N}{N}, \quad (6.42)$$

$$\operatorname{Im}[S(f)] = \frac{T}{2N} \sum_{k=0}^{2N-1} F(t_k) \cdot \sin \frac{\pi \cdot k \cdot N}{N}. \quad (6.43)$$

Амплитудно-частотные характеристики (АХЧ) обмотки получаются [10] путем подстановки (6.42) и (6.43) в (6.39).

На рис. 6.7 приведены осциллограммы НВИ при испытаниях фазы A трансформатора ТДЦ-250000/220 после опыта КЗ с 85 % нормируемого значения ударного (апериодического) тока [10]. После достижения 85 % значения тока в осциллограммах НВИ произошли значительные амплитудно-частотные изменения, соответствующие радиальным деформациям в обмотке НН фазы A (рис. 6.6). На основании полученных результатов был сделан вывод о невозможности проведения дальнейших испытаний.

Построенные на основе осциллограмм АЧХ (рис. 6.7) показали, что изменения в спектрах обмоток, вызванные радиальными деформациями, носят в основном амплитудный характер, изменения по частоте менее значительны. Одной из основных резонансных частот (рис. 6.7 и 6.8) является частота, соответствующая периоду 3 мкс, т. е. 330 кГц. Это подтверждается расчетами спектров – одной из основных резонансных частот является частота 320 кГц.

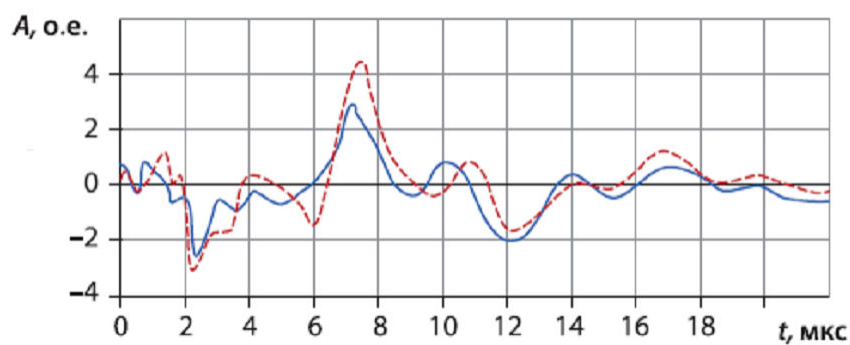


Рисунок 6.6 – Фотография обмотки НН трансформатора типа ТДЦ-250000/220 фазы *A*, иллюстрирующая потерю радиальной устойчивости обмотки

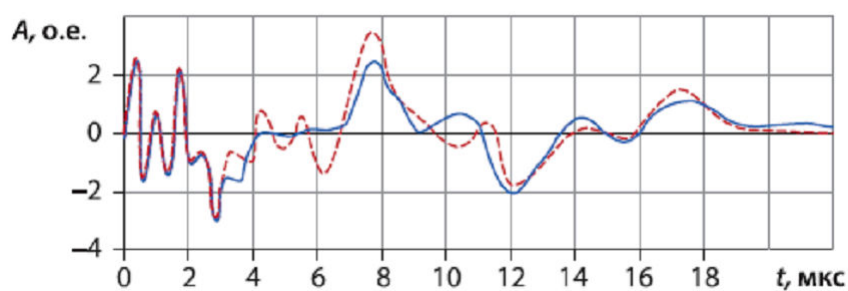
Математическая обработка результатов НВИ [10] на основе спектрального анализа для трансформатора 250 МВА показала, что для крупных трансформаторов в спектрах их обмоток имеются три резонансные частоты (110, 320 и 500–550 кГц). При возникновении радиальных деформаций амплитуда второй и третьей резонансных частот изменяется в 1,3–2 раза, что наглядно видно из рис. 6.8. Таким образом, использование метода НВИ позволяет выявлять деформации обмоток высоковольтных силовых трансформаторов на ранней стадии.

6.4.2. Формирование признаков по методу элементов

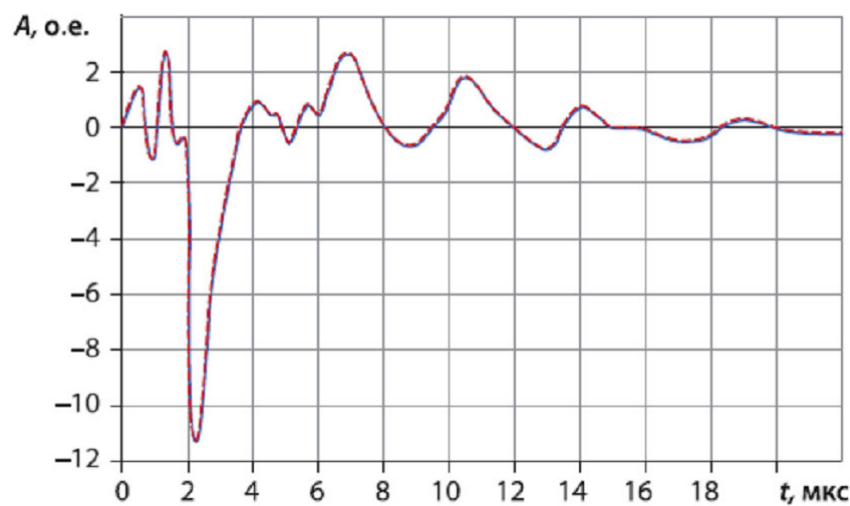
В качестве признаков могут быть использованы характерные элементы кривой $x(t)$ – точки минимума, максимума и др. Значительный опыт распознавания кривых по методу элементов имеется в медицинской диагностике. На рис. 6.9 изображена электрокардиограмма, в которой типичными элементами считаются зубцы (экстремальные точки) *P*, *Q*, *R*, *S*, связанные со стадиями сердечной деятельности.



a



б



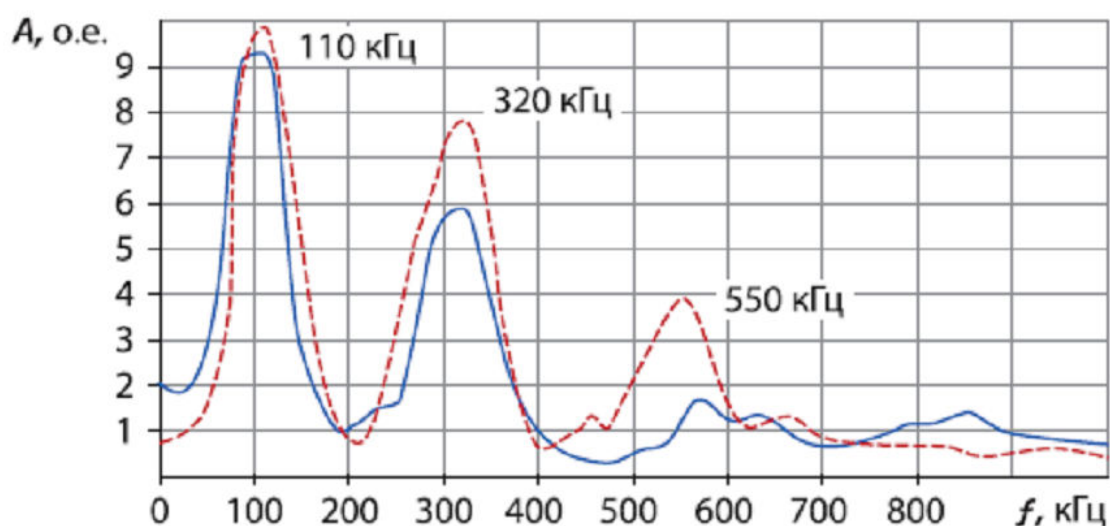
в

Рисунок 6.7 – Осциллограммы при НВИ обмотки НН трансформатора типа ТДЦ- 250000/220 после 85 % опыта КЗ на фазе *A*:

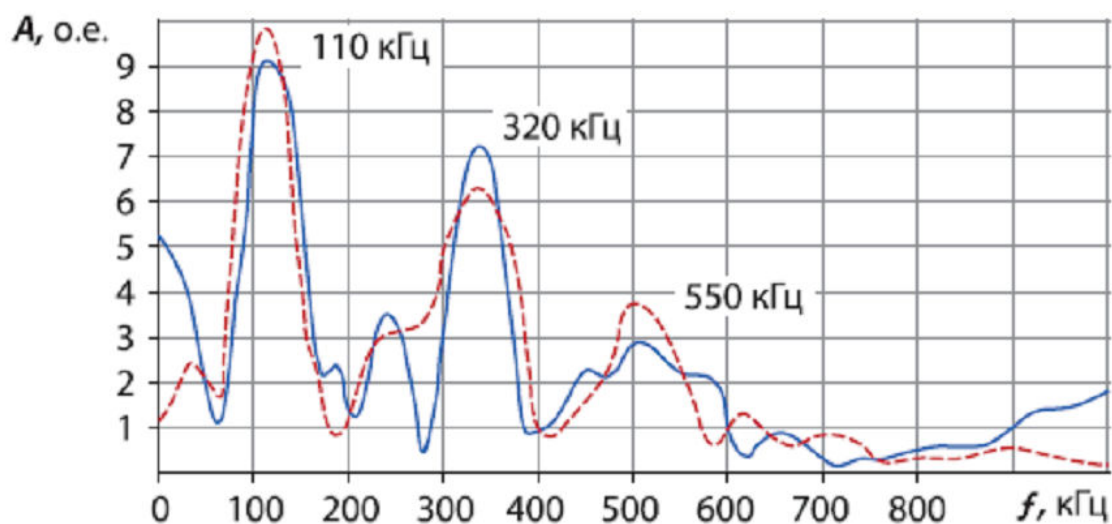
a – фазы *A–B*; *б* – фазы *A–C*; *в* – фазы *B–C*;

— нормограммы;

— переходные процессы в поврежденных обмотках



a



б

Рисунок 6.8 – АЧХ обмотки НН трансформатора типа ТДЦ- 250000/220:

a – фазы *A–B*; *б* – фазы *A–C*;

----- – до 85 % -го опыта КЗ на фазе *A*;

————— – после опыта;

Диагностическое значение имеют ординаты и абсциссы характерных элементов, их взаимное положение и другие параметры.

В задачах технической диагностики в качестве элементов часто используется значение амплитуды колебаний с некоторой частотой. В этом случае проводится предварительный анализ спектра частот колебаний, возникающих при различных неисправностях и отказах.

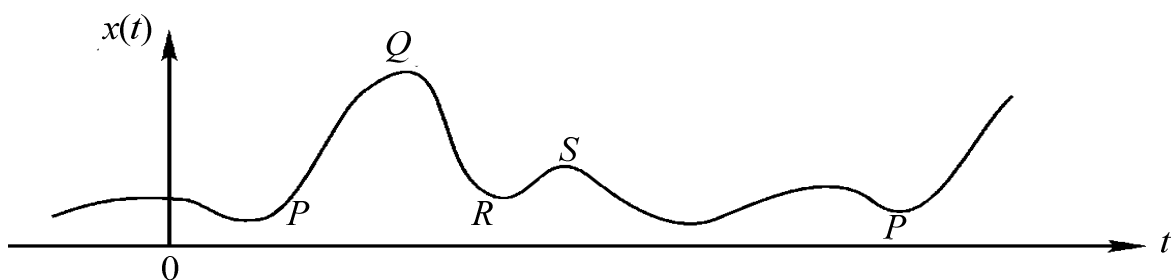


Рисунок 6.9 – Характерные элементы функции $x(t)$ (электрокардиограммы)

В последнее время всё более широкое распространение получают акустические методы диагностики электрооборудования [13; 14]. Они основаны на регистрации звуковых импульсов, возникающих при электрических разрядах, с помощью датчиков, устанавливаемых, к примеру, на стенку бака трансформатора. Современные ультразвуковые датчики позволяют регистрировать разрядные процессы с энергией до 10^{-7} Дж. Этот способ диагностики отличается оперативностью и позволяет локализовать место дефекта, сопровождающегося разрядами. Кроме того, на основании акустического метода разработаны весьма экономичные системы мониторинга энергооборудования, популярные в мире.

Методики акустического обследования достаточно подробно изложены в [13; 14]. В электрооборудовании могут быть простые и сложные условия распространения ультразвука. В высоковольтных вводах, измерительных трансформаторах, токопроводах обычно имеются простые условия распространения ультразвука, при которых звук от разряда передается в почти однородной среде на расстояния порядка сотни длин волн и поэтому затухает незначительно.

В силовых трансформаторах, в элегазовых аппаратах источник электрического разряда может находиться в глубине оборудования. В этом случае ультразвук проходит ряд преград и значительно затухает. Если у небольших маслonaполненных объектов значение акустического сигнала практически одинаково в любой точке поверхности, то при обследовании, например, силового трансформатора это отличие более значительно, и необходимо, перемещая датчик, искать область поверхности с максимальным сигналом.

С помощью акустической диагностики предотвращены десятки аварий энергетического оборудования в нашей стране и за рубежом. Накоплен

целый ряд звуков, являющихся предвестниками пробоя. Для обучения, а также для тестового сравнения звуков от различных источников имеются аудиозаписи реальных сигналов электрических разрядов, обнаруженных:

- в увлажненной основной изоляции силового трансформатора;
- во втычном контакте ввода 220 кВ силового трансформатора;
- в изоляции ввода 220 кВ;
- в КРУЭ 220 кВ при попадании металлической стружки на изолятор;
- в элегазовом выключателе 110 кВ с трещиной изолятора;
- в концевой муфте кабельной линии 110 кВ с полиэтиленовой изоляцией;
- в переходной стопорной муфте 110 кВ с увлажненным маслом;
- в трансформаторах тока и напряжения 110–500 кВ с частичными разрядами в бумажно-масляной изоляции и др.

Акустические сигналы в оборудовании, вызванные электрическими разрядами, можно обнаружить даже на фоне помех: вибростука, шума маслонасосов и вентиляторов и т. п.

Скорость звука в трансформаторном масле составляет 1390 м/с, рабочая частота датчика около 100 кГц, поэтому $\lambda \sim 1,5$ см, что примерно в 10–20 раз меньше $\lambda_{\text{ч}}$. Человек умеет распознавать звук в привычном звуковом диапазоне, ориентируясь на $\lambda_{\text{ч}} = 33$ см. Обычно звук разряда в изоляции трансформатора приходит с дистанции порядка 1 м, то есть длина распространения измеряется почти сотней длин волн. Для привычной звуковой картины на частоте 1 кГц в воздухе 100 длин волн – это 30 м. Из-за отражений звук создает реверберационную картину. Кроме того, проходя стенку бака, продольная звуковая волна превращается в поперечные, сдвиговые и поверхностные волны, которые, в свою очередь, сложным образом преобразуются ультразвуковым датчиком в электрический сигнал. Учесть все передаточные функции среды, датчика и восстановить истинный звук разряда пока не представляется возможным. Однако и искаженные акустические сигналы можно уверенно интерпретировать.

Замедленные и слышимые звуки разрядов – это щелчки, как правило, с периодом 1 с. Осциллограмма такого звука содержит 5–15 периодов затухающих колебаний. Этот звук короткий (~ 5 мс), не музыкальный и не речевой. Для цифрового анализа этого звука следует применять вейвлет-преобразование. Классификация осциллограммы звука или ее вейвлет-

преобразование производится математическими методами распознавания образов [15]. Причем важны не столько частота и тембр звука, сколько признаки, именуемые признаками максимального правдоподобия. В настоящее время и человеком, и программой проводится следующая классификация:

- одиночный частичный разряд в масле и элегазе;
- одиночный искровой разряд в масле;
- многочисленные разряды в масле;
- виброударный механический процесс.

В будущем эту классификацию можно расширить. На рис. 6.10–6.14 приведены примеры дефектов, обнаруженных методами акустической диагностики [13, 14].



Рисунок 6.10 – Осциллограмма импульсов ЧР и их акустической локации

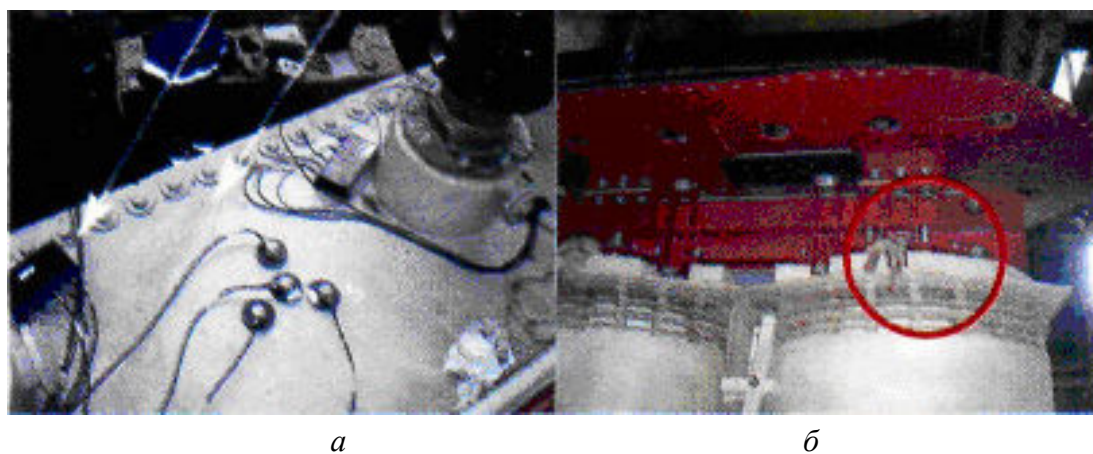


Рисунок 6.11 – Акустическая антенна на крышке бака трансформатора (а) и предполагаемое место дефекта (б)

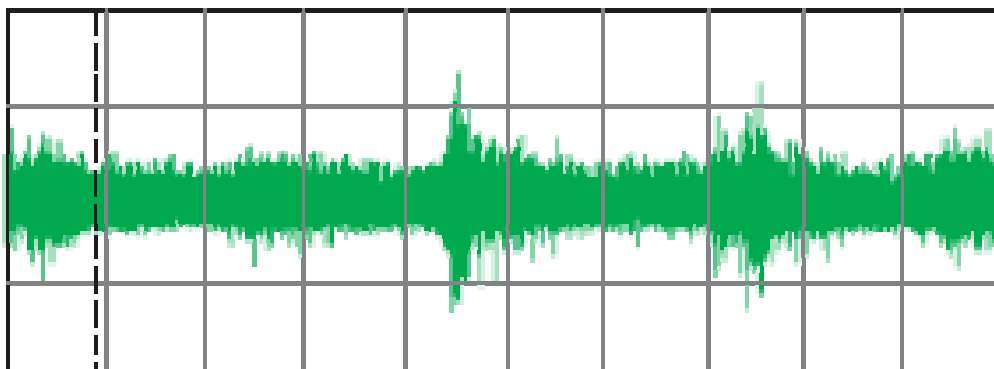


Рисунок 6.12 – Акустические сигналы за два периода сети в изоляции верхнего каскада ТФРМ-750 при кажущихся частичных разрядах в изоляции 60 пКл

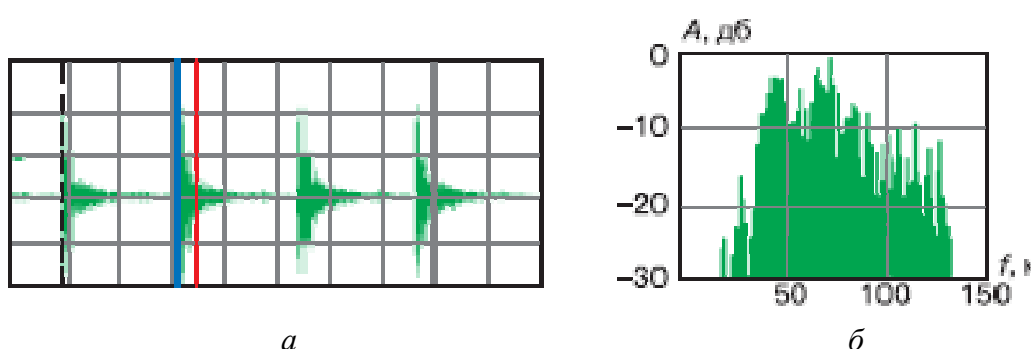


Рисунок 6.13 – Осциллограмма сигналов от разрядов в магнитопроводе (а) и спектр сигналов (б)

6.5. Распознавание кривых по комплексу признаков

Если кривая на некотором участке представлена комплексом диагностических параметров (признаков) x_1, x_2, \dots, x_n , то процесс распознавания осуществляется статистическими методами: методами разделения в пространстве признаков, метрическими и др. Задача распознавания облегчается тем, что обычно признаки x_i являются физически однородными параметрами (параметрами с одинаковой размерностью).

6.6. Обнаружение развивающихся дефектов на основе анализа динамики изменения концентраций газов, растворенных в масле трансформаторов

Традиционным критерием наличия в изоляции высоковольтных

трансформаторов процессов ионизационного старения и термической деструкции (далее дефектов) является превышение концентраций растворенных в масле газов граничных значений [22]. Как показано в подразделе 2.7, использование данного критерия может привести к принятию ошибочных решений, поскольку плотности распределений концентраций газов для дефектного и бездефектного состояний пересекаются.

Для раннего обнаружения дефектов предложено рассматривать динамику изменения концентраций растворенных в масле газов во времени, а не ограничиваться только результатами последних испытаний. Исследования, выполненные на кафедре «Передача электрической энергии» НТУ «ХПИ» [6; 23; 24], показали, что зависимости газов углеводородного ряда от продолжительности эксплуатации при отсутствии дефектов и аномальных режимов работы в трансформаторах негерметичного исполнения имеют стохастический, случайный характер. Наглядно стохастический характер поведения газов во времени иллюстрирует рис. 6.14, на котором приведены зависимости газов углеводородного ряда от времени эксплуатации для трансформатора ТДНГ 31,5/110 ПС «Молодогвардейская», Луганскоблэнерго. Из рисунка видно, что изменения концентраций газов носят случайный характер и абсолютно не связаны ни со временем эксплуатации, ни между собой.

Для оценки значимости систематической составляющей удобно использовать значение коэффициента парной корреляции:

$$r = \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y}) \cdot (x_i - \bar{x})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2 \cdot \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}}, \quad (6.44)$$

где y_i – текущее значение концентрации i -го газа в диагностируемом трансформаторе; x_i – текущее значение длительности эксплуатации; \bar{y} – математическое ожидание концентрации i -го газа в диагностируемом трансформаторе; \bar{x} – математическое ожидание длительности эксплуатации; n – объем выборочных значений.

Поскольку для линейной регрессионной модели $R^2 = r^2$, то наличие значимой корреляционной связи свидетельствует о преобладании система-

тической составляющей над шумовой компонентой. Решение о значимой корреляции между газами соседних трансформаторов принимается, если расчетное, выборочное значение коэффициента парной корреляции превышало критическое значение при числе степеней свободы $n-2$ и доверительной вероятности $p = 0,95$. В табл. 6.1 приведены значения коэффициентов парной корреляции между растворенными в масле газами и продолжительностью эксплуатации, а также между газами трансформатора ТДНГ 31,5/110 ПС «Молодогвардейская», Луганскоблэнерго. Как видно из таблицы, значения коэффициентов парной корреляции между значениями концентраций газов и продолжительностью эксплуатации не превышают граничного значения.

Таблица 6.1 – Значения коэффициентов парной корреляции между газами, растворенными в масле трансформатора ТДНГ 31,5/110 ПС «Молодогвардейская», Луганскоблэнерго, $n = 22$; $r_{\text{крит}, 0,95, 20} = 0,423$

Газ	t	СО	СО ₂	СН ₄	С ₂ Н ₄	С ₂ Н ₂	С ₂ Н ₆	С _Σ Н _Σ
СО	–0,421	1,00	0,013	0,176	0,178	0,342	0,103	0,315
СО ₂	–0,511	0,013	1,00	0,124	–0,109	0,119	–0,244	–0,116
СН ₄	–0,426	0,176	0,124	1,00	–0,004	–0,097	–0,018	0,321
С ₂ Н ₄	0,397	0,178	–0,109	–0,004	1,00	–0,075	0,282	0,829
С ₂ Н ₂	–0,146	0,342	0,119	–0,097	–0,075	1,00	0,057	0,211
С ₂ Н ₆	0,259	0,103	–0,244	–0,018	0,282	0,057	1,00	0,513
С _Σ Н _Σ	0,260	0,315	–0,116	0,321	0,829	0,211	0,513	1,00

Для всех газов, кроме этилена и этана, коэффициенты парной корреляции имеют отрицательные значения, то есть значения концентраций снижаются с возрастанием длительности эксплуатации. Более того, отсутствует значимая связь между концентрациями газов. Исключение составляет значение коэффициентов корреляции для суммы газов углеводородного ряда, а также этилена и этана (выделены в таблице жирным шрифтом). Это является косвенным подтверждением того, что в трансформаторах негерметичного исполнения газом с максимальной концентрацией может быть этилен, что не типично для герметичного оборудования (считается, что этилен является газом с максимальной концентрацией при дефектах с температурой выше 500 С°).

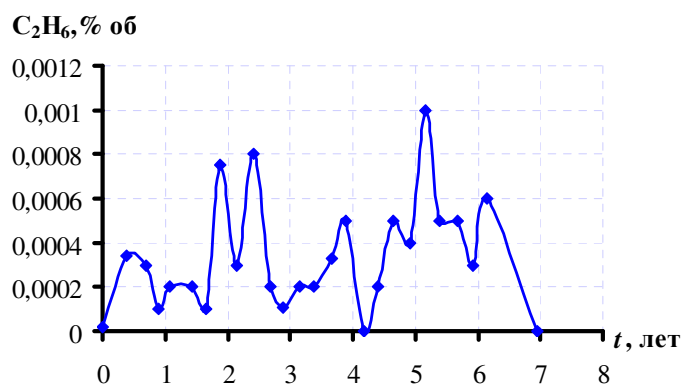
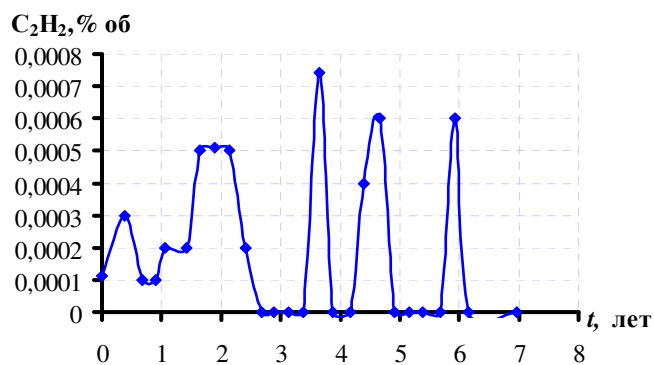
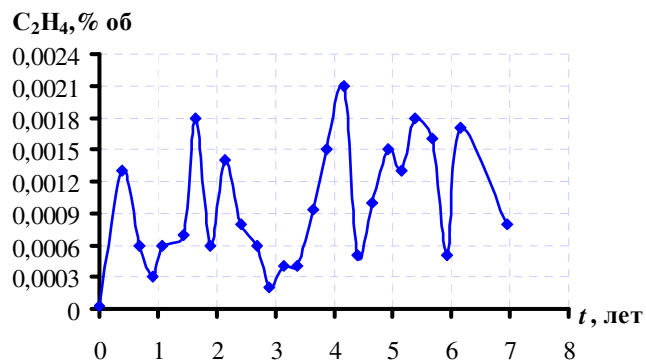
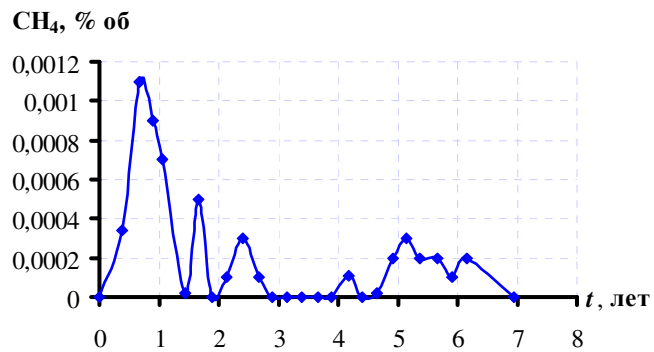


Рисунок 6.14 – Зависимости газов углеводородного ряда от продолжительности эксплуатации трансформатора ТДНГ 31,5/110 подстанции «Молодогвардейская», Луганскоблэнерго

Однако, как показано в [25], для негерметичного оборудования этилен является газом с максимальной концентрацией, поскольку образуется в результате окислительных реакций вследствие свободного доступа кислорода воздуха. Полученные результаты можно объяснить тем, что в негерметичном оборудовании формирование качественного и количественного состава газов происходит не только за счет их новообразования, но и за счет диффузии газов из масла в атмосферу. Данное обстоятельство затрудняет количественную оценку газосодержания в масле, так как для этого необходимо знать величину скорости диффузии газов, которая будет существенно отличаться при различной температуре масла и окружающей среды для трансформаторов различной конструкции. По сути, обнаруживаемые в любой из моментов времени концентрации газов в масле негерметичного оборудования отображают разницу между скоростями новообразования газов и их диффузии в атмосферу, а увеличение концентраций этих газов может существенно отставать от действительных скоростей газообразования.

Диффузия газов из основного объема масла в атмосферу зависит от степени растворимости газов в масле, которая, в свою очередь, различна для отдельных газов и варьируется с изменением температуры, что в конечном итоге и приводит к преобладанию шумовой компоненты над систематической для бездефектных трансформаторов.

Кроме процесса диффузии на возрастание шумовой компоненты огромное влияние оказывают ошибки при отборе, хранении, транспортировке проб и проведении анализа. Не следует забывать также о причинах, заведомо приводящих к снижению концентраций растворенных в масле газов при продолжительной эксплуатации трансформаторов и не имеющих какой-либо определенной периодичности:

- уменьшении нагрузки трансформатора;
- замене силикагеля;
- длительном отключении;
- дегазации масла;
- доливке дегазированным маслом;
- частичной или полной замене масла в баке трансформатора;
- заливке маслом под вакуумом, в том числе – частичным вакуумом.

Комплексное воздействие перечисленных выше факторов, скорее всего, и является причиной значительного превышения случайной компоненты над систематической, что, соответственно, приводит к отсутствию значимого влияния длительности эксплуатации на концентрацию газов в масле трансформаторов негерметичного исполнения, не имеющих дефектов.

В то же время в процессе анализа выявлены трансформаторы, для которых имело место возрастание концентраций с увеличением продолжительности эксплуатации, при этом значения концентраций газов могли значительно превышать граничные значения. Выполненный анализ [26; 27] позволил выявить ряд основных причин превышения концентраций растворенных в масле газов своих граничных значений в бездефектных трансформаторах.

1. Неправильная калибровка хроматографа. Перед проведением анализа хроматограф калибруется не на специальных калибровочных маслах, а на маслах трансформаторов с известным диагнозом. Это может привести к тому, что измеренные концентрации растворенных в масле газов могут на несколько порядков превышать допустимые значения. В качестве примера рассмотрим трансформаторы подстанций «Сумы» и «Воронеж» Сумыоблэнерго. Зависимости концентраций газов углеводородного ряда от длительности эксплуатации для этих трансформаторов приведены на рис. 6.15. Как видно из рисунка, концентрации этилена в масле намного превысили граничные значения во всех четырех трансформаторах, также наблюдается повышенное значение концентраций метана. А в трансформаторе ПС «Воронеж» Т-1 наблюдается значительное увеличение концентрации ацетилена. Принципиально важным является тот факт, что *возрастание концентраций газов для всех четырех трансформаторов на двух разных подстанциях* наблюдается на одном промежутке времени. Это свидетельствует о том, что увеличение концентраций газов на анализируемых трансформаторах вызвано внешним воздействием и, следовательно, дефекты в трансформаторах отсутствуют. В табл. 6.2 приведены значения коэффициентов парной корреляции между растворенными в масле газами и продолжительностью эксплуатации, а также между газами трансформатора ПС «Сумы» Т-1, Сумыоблэнерго.

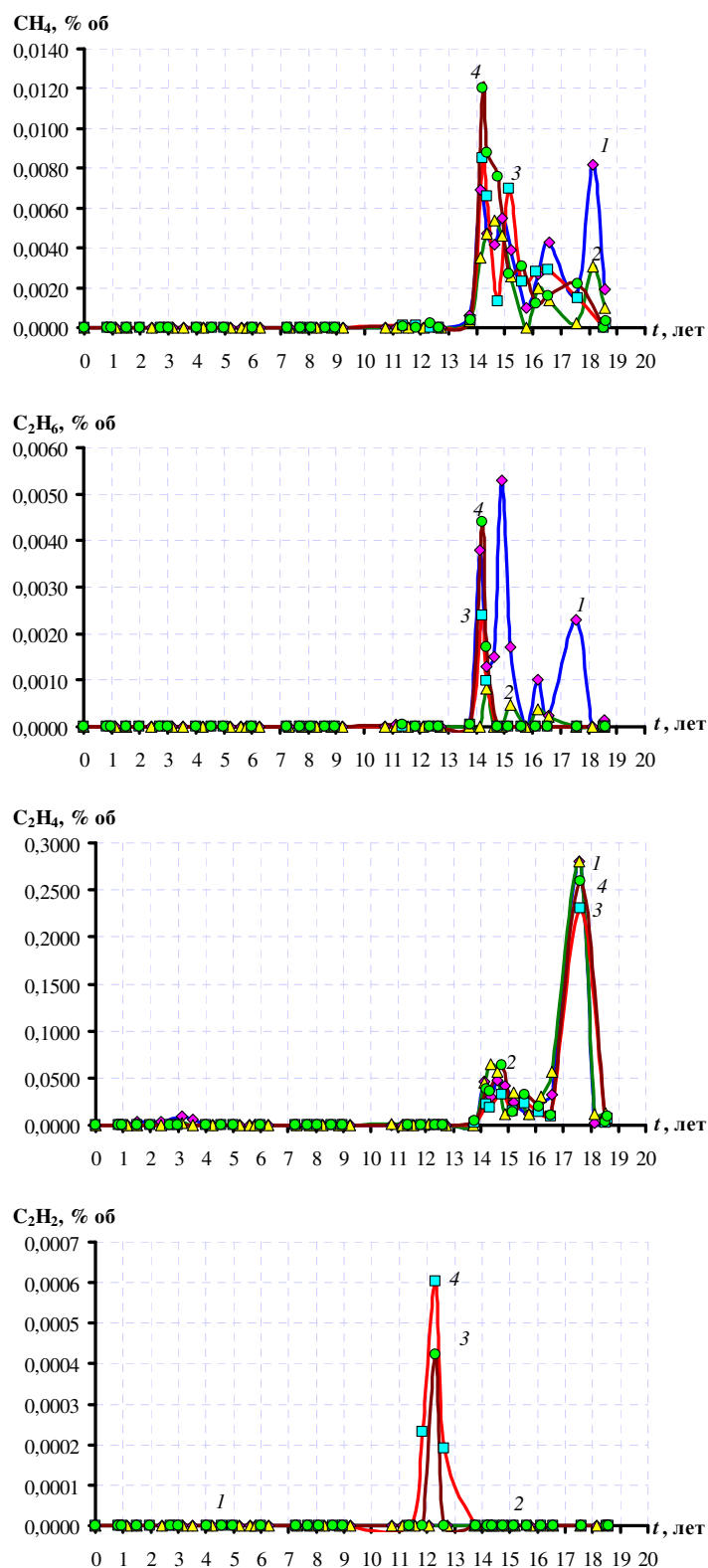


Рисунок 6.15 – Зависимость концентраций газов углеводородного ряда от длительности эксплуатации для трансформаторов подстанций «Воронеж» и «Сумы», Сумыоблэнерго:

1 – ПС «Воронеж» Т-1; 2 – ПС «Воронеж» Т-2;

3 – ПС «Сумы» Т-1; 4 – ПС «Сумы» Т-2

Таблица 6.2 – Значения коэффициентов парной корреляции между

газами, растворенными в масле трансформатора ПС «Сумы» Т-1, Сумы-облэнерго, $n = 31$, $r_{\text{крит},0,95,29} = 0,350$

Газ	t	CH_4	C_2H_4	C_2H_2	C_2H_6	C_2H_2
CH_4	0,466	1,00	0,183	-0,135	0,742	0,243
C_2H_4	0,368	0,183	1,00	-0,085	0,053	0,998
C_2H_2	0,135	-0,135	-0,085	1,00	-0,070	-0,089
C_2H_6	0,199	0,742	0,053	-0,070	1,00	0,103
C_2H_2	0,391	0,243	0,998	-0,089	0,103	1,00

Как видно из табл. 6.2, значения коэффициентов парной корреляции между концентрациями метана, этилена и суммы газов углеводородного ряда на продолжительность эксплуатации незначительно превышают критическое значение $r_{\text{крит}}$.

Это свидетельствует о кратковременном возрастании концентраций CH_4 , C_2H_4 и как следствие – C_2H_2 . Значения коэффициентов парной корреляции для остальных газов хоть и являются положительными, но не превышают критического значения, что свидетельствует об отсутствии значительного увеличения концентраций этих газов. Анализируя данные табл. 6.2, легко увидеть, что концентрации большинства газов изменяются независимо друг от друга, значения коэффициентов парной корреляции между газами не превышают граничное значение. Коррелированными между собой оказались метан и этан.

В табл. 6.3 приведены значения коэффициентов парной корреляции между газами углеводородного ряда для трансформаторов из этих подстанций. Анализируя данные из табл. 6.3 и рис. 6.15, легко увидеть, что динамика изменения этилена на диагностируемом промежутке полностью идентична для всех 4-х трансформаторов. Значительная статистическая связь выявлена и для метана. Несколько неожиданные результаты получены для этана, связь между этаном в трансформаторах соседних подстанций («Воронеж» Т-2-«Сумы» Т-1 и «Воронеж» Т-2-«Сумы» Т-2) более тесная, чем в трансформаторах ПС «Воронеж».

Таким образом, несмотря на то что концентрации метана и этилена значительно превысили граничные значения, а концентрации ацетилена превысили аналитический порог распознавания, что, согласно [22], может быть интерпретировано как наличие дефекта в трансформаторе, выполненный анализ показал, что возрастание концентраций газов в анализируемых

трансформаторах имеет внешнюю причину и не связано с развитием дефекта.

Таблица 6.3 – Значения коэффициентов парной корреляции между газами, растворенными в масле трансформаторов подстанций «Сумы» и «Воронеж»

Корреляция между газами			
CH ₄	C ₂ H ₂	C ₂ H ₄	C ₂ H ₆
CH ₄	C ₂ H ₂	C ₂ H ₄	C ₂ H ₆
ПС «Воронеж» Т1/ ПС «Воронеж» Т2, $n = 31$, $\rho_{\text{крит } 29, 0,95} = 0,350$			
0,871	–	0,981	0,187
ПС «Воронеж» Т1/ ПС «Сумы» Т1, $n = 31$, $\rho_{\text{крит } 29, 0,95} = 0,350$			
0,504	–	0,980	0,167
ПС «Воронеж» Т1/ ПС «Сумы» Т2, $n = 31$, $\rho_{\text{крит } 29, 0,95} = 0,350$			
0,520	–	0,976	0,160
ПС «Воронеж» Т2 / ПС «Сумы» Т1, $n = 31$, $\rho_{\text{крит } 29, 0,95} = 0,350$			
0,716	–	0,955	0,708
ПС «Воронеж» Т2 / ПС «Сумы» Т2, $n = 31$, $\rho_{\text{крит } 29, 0,95} = 0,350$			
0,804	–	0,946	0,716
ПС «Сумы» Т1 / ПС «Сумы» Т2, $n = 31$, $\rho_{\text{крит } 29, 0,95} = 0,350$			
0,830	0,895	0,992	1,000

2. Влияние эксплуатационных факторов. Известно [22], что повышение концентраций газов в масле бездефектных трансформаторов может быть вызвано влиянием следующих факторов:

- увеличением нагрузки трансформаторов;
- перемешиванием свежего масла с остатками старого, насыщенного газами, находящегося в системе охлаждения, баках устройства РПН, расширителя и т.д.;
- доливкой масла, бывшего в эксплуатации и содержащего растворенные газы;
- проведением сварочных работ на баке;
- повреждением масляного насоса с неэкранированным статором;
- перегревом масла теплоэлектронагревателями при его обработке в дегазационных и других установках;
- перетоком газов из бака контактора РПН в бак трансформатора, имеющего РПН типов РС-3 и РС-4;

– сезонными изменениями интенсивности процессов старения и т.д.

случае перегрузки или перенапряжения увеличиваются, как правило, в два и более раза концентрации CO_2 и CO по сравнению с граничными значениями (например, вследствие отказа или неправильной работы разрядников, выключателей, воздействия грозových и коммутационных перенапряжений, перекоса фаз, короткого замыкания в электрически связанной сети и т.д.). За такими трансформаторами следует проследить. Если причина увеличения концентраций относится к вышеупомянутым случаям, то через 1–2 месяца концентрации вернутся к исходным.

Причинами увеличения концентраций газов при воздействии аварийных режимов работы и перегрузок могут быть:

1) длительное воздействие повышенного напряжения, которое может привести к перевозбуждению трансформаторов, что вызывает повышенный нагрев как самого сердечника, так и конструкционных стальных деталей, что опасно для контактирующей с ними изоляции;

2) длительные перегрузки, особенно приводящие к превышению температуры наиболее нагретой точки значения $180\text{ }^{\circ}\text{C}$, которые приводят не только к ускоренному старению основной изоляции трансформаторов, но и к образованию пузырьков газа;

3) перегрев обмоток трансформаторов из-за воздействия токов к.з. (значения токов короткого замыкания минимум в 3 раза превосходят номинальные токи трансформаторов);

4) выдавливание газовых и воздушных включений из обмотки под действием электродинамических сил при воздействии токов к.з., приводящих к деформации обмотки. На рис. 6.6 приведена фотография обмотки, подвергшейся электродинамическим воздействиям токов короткого замыкания.

Кроме того, к увеличению концентраций газов могут привести дефекты, не связанные с внутренней изоляцией трансформаторов. В качестве примера рассмотрим трансформатор Т-2 подстанции «Шахта-21», Луганскоблэнерго. По результатам хроматографического анализа от 27.02.07 выявлено превышение концентраций CO , CH_4 , C_2H_4 . Выполненный тепловизионный контроль показал превышение температуры масла в баке трансформатора. Причиной перегрева оказалось нарушение контактных соединений на низкой стороне трансформатора Т-2, фаза А. После за-

мены шины и подтяжки всех болтовых соединений концентрации газов начали постепенно снижаться. Зависимости растворенных в масле газов от времени эксплуатации для трансформаторов Т-1 и Т-2 ПС «Шахта 21» приведены на рис. 6.16. Несмотря на то что значения концентраций метана, этилена и этана в трансформаторе Т-2 на порядок превышают значения концентраций аналогичных газов в трансформаторе Т-1, тенденция изменения концентраций газов на рассматриваемом промежутке времени в обоих трансформаторах идентична. Значения коэффициентов парной корреляции между растворенными в масле газами и продолжительностью эксплуатации, а также между газами трансформатора Т-2 ПС «Шахта-21» приведены в табл. 6.4.

Таблица 6.4 – Значения коэффициентов парной корреляции между газами, растворенными в масле трансформатора Т-2 ПС «Шахта-21», Луганскоблэнерго, $n = 10$, $r_{\text{крит},8, 0,95} = 0,632$

Газ	t	CO	CO ₂	CH ₄	C ₂ H ₄	C ₂ H ₂	C ₂ H ₆	H ₂	C _Σ H _Σ
CO	0,644	1,00	0,071	0,782	0,871	-0,395	0,893	0,726	0,887
CO ₂	0,395	0,071	1,00	0,109	0,071	0,424	0,123	0,075	0,094
CH ₄	0,600	0,782	0,109	1,00	0,803	-0,304	0,854	0,898	0,897
C ₂ H ₄	0,719	0,871	0,071	0,803	1,00	-0,535	0,940	0,810	0,983
C ₂ H ₂	-0,237	-0,395	0,424	-0,304	-0,535	1,00	-0,396	-0,399	-0,473
C ₂ H ₆	0,828	0,893	0,123	0,854	0,940	-0,396	1,00	0,784	0,963
H ₂	0,517	0,726	0,075	0,898	0,810	-0,399	0,784	1,00	0,867
C _Σ H _Σ	0,728	0,887	0,094	0,897	0,983	-0,473	0,963	0,867	1,00

Как видно из табл. 6.4, для всех газов (кроме ацетилен) наблюдаются положительные значения коэффициентов парной корреляции на длительность эксплуатации. При этом значительное увеличение имеет место у оксида углерода, этилена и этана. Также из таблицы видно, что все газы углеводородного ряда (кроме C₂H₂) и водород коррелированы между собой. Таким образом, изменение концентраций этих газов вызвано одной причиной. Достаточно интересными являются результаты корреляционного анализа между газами, растворенными в масле трансформаторов Т-1 и Т-2 ПС «Шахта 21», Луганскоблэнерго, которые приведены в табл. 6.5.

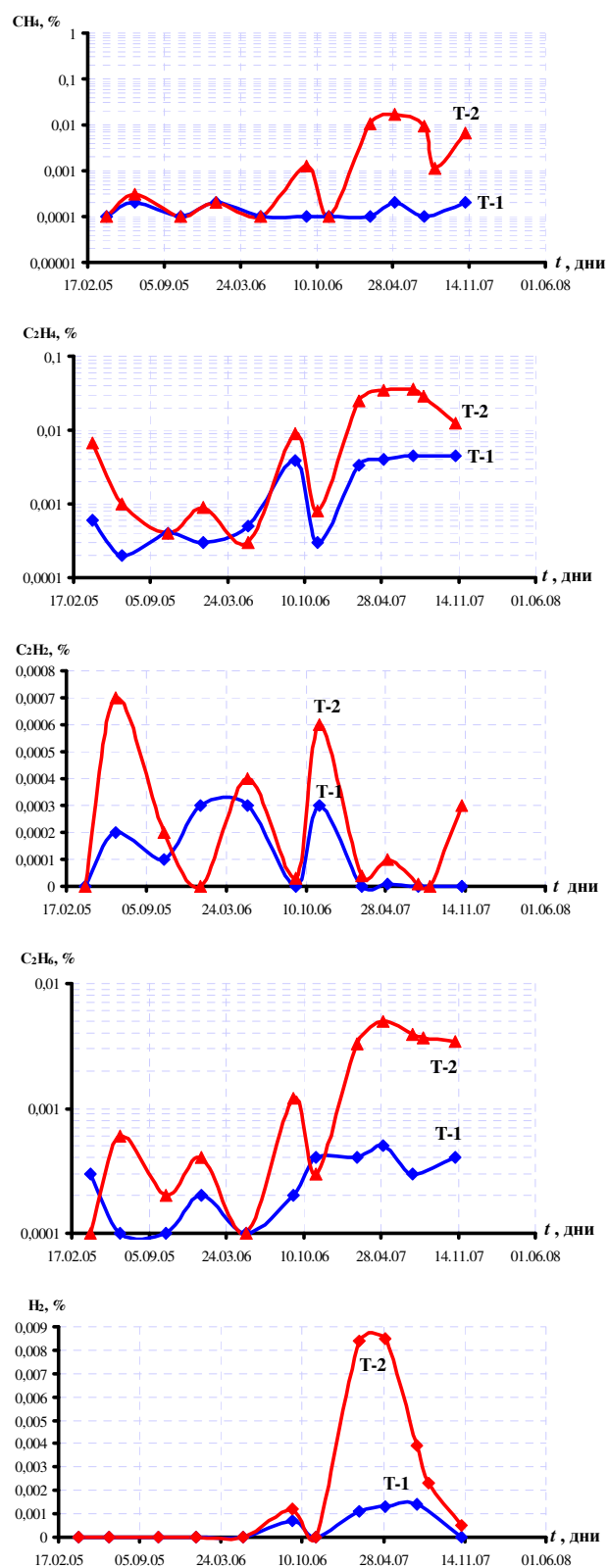


Рисунок 6.16 – Зависимости концентраций растворенных в масле газов от продолжительности эксплуатации для трансформаторов подстанции «Шахта 21», Луганскоблэнерго

Таблица 6.5 – Значения коэффициентов парной корреляции между газами, растворенными в масле трансформаторов Т-1 и Т-2
ПС «Шахта 21», Луганскоблэнерго

$N_i = 10, \rho_{\text{крит. 8, 0,95}} = 0,632$						
СО	СО ₂	СН ₄	С ₂ Н ₂	С ₂ Н ₄	С ₂ Н ₆	Н ₂
СО	СО ₂	СН ₄	С ₂ Н ₂	С ₂ Н ₄	С ₂ Н ₆	Н ₂
0,899	0,569	0,565	0,633	0,891	0,636	0,869

Как видно из таблицы, из семи пар анализируемых газов значительная корреляция выявлена между СО, С₂Н₄, С₂Н₆ и Н₂, что свидетельствует о единой причине увеличения концентраций газов в соседних трансформаторах.

По характеру выделяемой энергии дефекты в высоковольтном оборудовании делятся на термические и электрические. При термических дефектах образование углеводородных радикалов происходит в результате воздействия на изоляцию только инфракрасного (теплового) излучения. Химические реакции под воздействием электрического поля протекают в две стадии. На первой стадии происходит образование разнообразных активных газовых частиц (электронов, ионов, радикалов, возбужденных атомов и молекул). На второй стадии происходит взаимодействие этих частиц между собой и нейтральными молекулами. Как при термических, так и электрических дефектах инициация химических реакций осуществляется однотипно. Различия в конечных результатах можно объяснить тем, что при электрических разрядах выделяется значительно большее количество энергии, в том числе и тепловой, чем при термических. Но даже энергии, выделяемой при термических дефектах, достаточно, чтобы динамика изменения концентраций газов радикально изменилась по сравнению с бездефектным состоянием или с аварийными воздействиями. Наглядно поведение газов при развитии дефекта иллюстрирует рис. 6.17, на котором приведены зависимости концентраций газов углеводородного ряда от времени эксплуатации для трансформаторов ПС «Постниково», Донбассэнерго. По результатам хроматографического анализа от 29.03.99 г., в трансформаторе Т-1 был обнаружен термический дефект $t > 700\text{ }^{\circ}\text{C}$ с повреждением твердой изоляции (перегрев сердечника из-за вихревых токов).

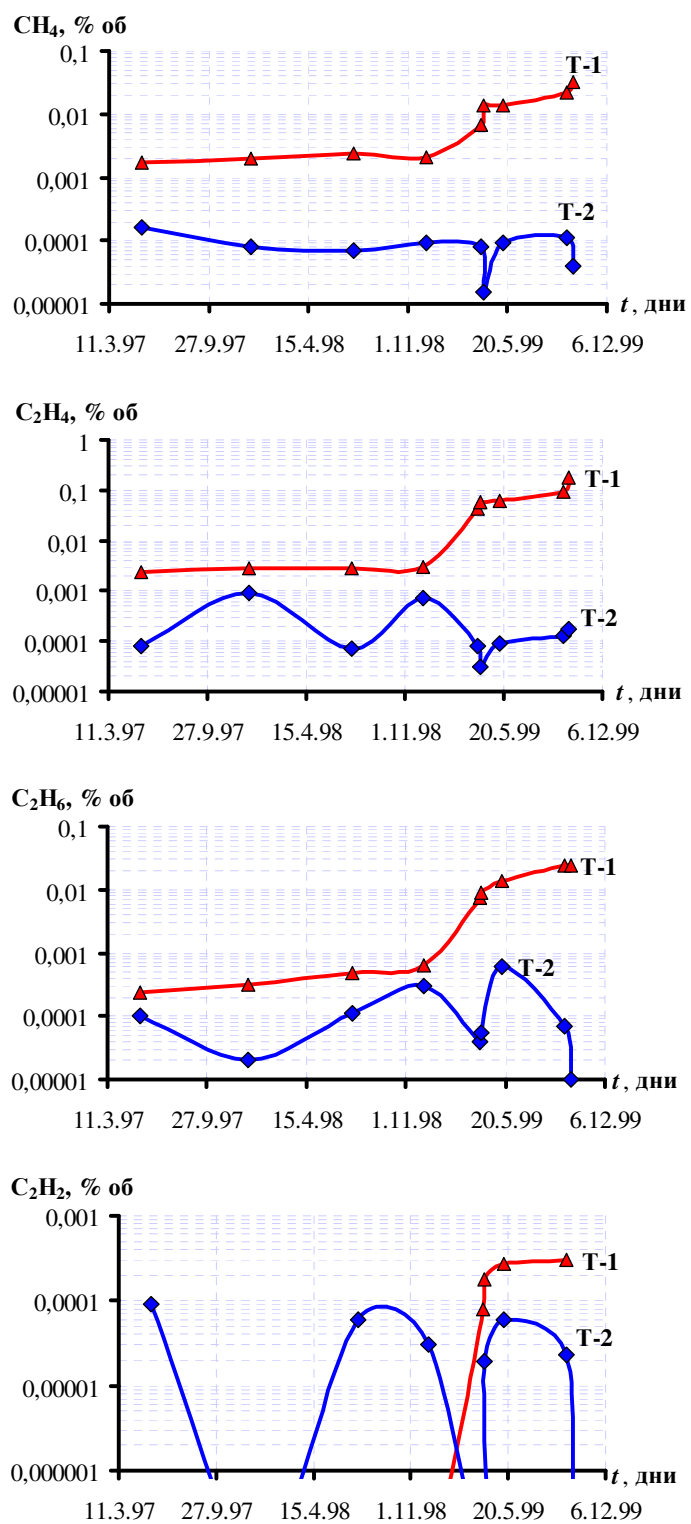


Рисунок 6.17 – Зависимости концентраций растворенных в масле газов от продолжительности эксплуатации для трансформаторов ПС «Постниково», Донбассэнерго

Из рисунка видно, что момент развития дефекта характеризуется практически одновременным возрастанием концентраций газов углеводородного ряда, причем данное возрастание имеет устойчивый характер. Об этом же свидетельствуют значения коэффициентов парной корреляции, которые приведены в табл. 6.6.

Таблица 6.6 – Значения коэффициентов парной корреляции между растворенными в масле газами и продолжительностью эксплуатации, а также между газами трансформатора Т-1 ПС «Постниково», Донбассэнерго, $n = 9$, $r_{\text{крит}, 7, 0,95} = 0,666$

Газ	t	CH ₄	C ₂ H ₄	C ₂ H ₂	C ₂ H ₆	C _Σ H _Σ
CH ₄	0,771	1,00	0,985	0,985	0,955	0,993
C ₂ H ₂	0,775	0,985	1,00	0,967	0,955	0,978
C ₂ H ₄	0,747	0,985	0,967	1,00	0,915	0,997
C ₂ H ₆	0,803	0,955	0,955	0,915	1,00	0,940
C _Σ H _Σ	0,765	0,993	0,978	0,997	0,940	1,00

Как видно из табл. 6.6 и рис. 6.17, развитие дефекта сопровождается не только высокими значениями концентраций газов, но и появлением значимой корреляции как между газами и продолжительностью эксплуатации, так и между растворенными в масле газами.

Таким образом, ранним диагностическим признаком развития в изоляции трансформаторов процессов ионизационного старения и термической деструкции является появление систематического тренда во временных зависимостях содержания газов углеводородного ряда.

Превышение же их концентраций регламентированных граничных значений (традиционный критерий) не всегда отражает повреждение изоляции, так как часто носит обратимый характер. Следует также отметить отсутствие корреляции между газами в дефектном и бездефектном трансформаторах, установленных на подстанции «Постниково» табл. 6.7.

Приведенные примеры продемонстрировали существенные различия в характере зависимостей концентраций газов от продолжительности эксплуатации для различных состояний силовых трансформаторов. Установленные различия позволили использовать динамику изменения concentra-

ций газов в качестве независимого диагностического признака [24; 28; 29; 30].

Таблица 6.7 – Значения коэффициентов парной корреляции между газами, растворенными в масле трансформаторов Т-1 и Т-2
ПС «Постниково», Донбассэнерго

$N_i = 9, \rho_{\text{крит}, 7, 0,95} = 0,666$			
CH₄	C₂H₄	C₂H₂	C₂H₆
CH₄	C₂H₄	C₂H₂	C₂H₆
–0,402	–0,357	–0,318	–0,015

Для систематизации полученных результатов введем три переменные:

- K_1 характеризует наличие значимой положительной корреляции между газами и продолжительностью эксплуатации на диагностируемом промежутке и имеет две возможные реализации $K_1 = 0$ (отсутствие или незначительное увеличение концентрации газов во времени) и $K_1 = 1$ (есть значительное увеличение);
- K_2 характеризует наличие значимой положительной корреляции между газами в исследуемом трансформаторе на диагностируемом промежутке, примем $K_2 = 0$ при отсутствии значимой корреляции между газами углеводородного ряда и $K_2 = 1$ при ее наличии;
- K_3 характеризует наличие значимой корреляции между одноименными газами соседних трансформаторов на подстанции: $K_3 = 0$ при отсутствии значимой корреляции и $K_3 = 1$ при ее наличии.

Решающее правило для обнаружения развивающихся дефектов при различных значениях K_1 , K_2 и K_3 можно представить в виде табл. 6.8.

На основании анализа динамики изменения концентраций растворенных в масле газов разработан метод интерпретации результатов хроматографического анализа, который состоит в том, что для определения состояния трансформатора определяются коэффициенты парной корреляции между газами и временем эксплуатации, между газами в диагностируемом трансформаторе и между газами диагностируемого и соседнего трансформатора на подстанции; на основании полученных значений принимается решение о состоянии трансформатора.

Таблица 6.8 – Решающее правило для обнаружения развивающихся дефектов

Ключи			Диагноз
K_1	K_2	K_3	
0	0	0	Вероятней всего дефект отсутствует
0	0	1	Вероятней всего дефект отсутствует, картины газов идентичны для всех трансформаторов подстанции
0	1	0	Увеличение концентрации газов без развития во времени; внешние воздействия
0	1	1	Увеличение концентрации газов без развития во времени, картины газов идентичны для всех трансформаторов подстанции, внешние воздействия
1	0	0	Возрастание концентрации отдельных газов, необходимы дополнительные анализы
1	0	1	Возрастание концентрации отдельных газов, динамика изменения газов идентична для всех трансформаторов подстанции; внешние воздействия
1	1	0	Наличие дефекта
1	1	1	Вероятней всего интенсивные внешние воздействия; необходимы дополнительные анализы

В отличие от известных методов, в которых основным критерием наличия дефекта является превышение концентраций газов граничных значений, предложенный метод позволяет: выявлять и распознавать процессы ионизационного старения и термической деструкции на ранней стадии их развития, когда не произошло разрушение изоляции; выявлять увеличение концентраций растворенных в масле газов, обусловленное влиянием аварийных режимов работы электрических сетей.

Вопросы для самоконтроля

1. Постановка задачи при использовании методов распознавания кривых.
2. Обнаружение случайных отклонений по методу средних.
3. Обнаружение случайных отклонений на основе дисперсионного анализа линейной регрессии.
4. Какие ограничения существуют при использовании дисперсионного анализа линейной регрессии для обнаружения случайных отклонений?

5. Обнаружение неслучайных отклонений по контрольным уровням.
6. Какие недостатки характерны для метода контрольных уровней?
7. Общая задача распознавания кривых. Метод признаков.
8. Формирование признаков с помощью разложения в ряд по ортогональным функциям.
9. Метод низковольтных импульсов.
10. Формирование признаков по методу элементов.
11. Акустическая диагностика состояния электроэнергетического оборудования.
12. Распознавание кривых по комплексу признаков.
13. Чем обусловлены особенности динамики изменения концентраций газов в высоковольтных силовых трансформаторах с различным состоянием?
14. В чем отличия динамики изменения концентраций газов в дефектных и в бездефектных трансформаторах, подвергшихся воздействиям со стороны электрической сети?
15. В чем заключается метод обнаружения развивающихся дефектов на основе анализа динамики изменения концентраций газов, растворенных в масле высоковольтных трансформаторов?

Литература к разделу

Основная

1. Биргер И.А. Техническая диагностика / И.А. Биргер. – М. : Машиностроение, 1978. – 240 с.
2. Гмурман В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика : учеб. пособ. для вузов / В.Е. Гмурман. – М. : Высш. шк., 1977. – 479 с.
3. Кенделл М. Многомерный статистический анализ и временные ряды / М. Кенделл, А. Стьюарт. – М. : Наука, 1976. – 736 с.
4. Бондаренко В.Е. Повышение эффективности эксплуатационного измерительного контроля трансформаторных масел : монография / В.Е. Бондаренко, П.Ф. Щапов, О.В. Шутенко. – Харків : НТУ «ХП», 2007. – 452 с.
5. Дрейпер Ч. Прикладной регрессионный анализ : в 2 кн. Кн.1. / Ч. Дрейпер, Г. Смит. – М. : Финансы и статистика, 1986. – 366 с.

6. Шутенко О.В. Планирование экспериментальных исследований в электроэнергетике. Методы обработки экспериментальных данных : учеб. пособ. для вузов / О.В. Шутенко, Д.Н. Баклай – Харьков : НТУ «ХПИ», 2013. – 268 с.
7. Джонсон Н. Статистика и планирование эксперимента в технике и науке / Н. Джонсон, Ф. Лион. – М. : Мир, 1981. – 520 с.
8. Приймання, застосування та експлуатація трансформаторних масел. Норми оцінювання якості. СОУ-Н ЕЕ 43.101:2009. – К. : ДП НТУКЦ «АсЕнерго», 2009.
9. Алексеев Б.А. Контроль состояния (диагностика) крупных силовых трансформаторов / Б.А. Алексеев. – М. : НЦ ЭНАС, 2002. – 216 с.
10. Хренников А.Ю. Силовые трансформаторы. Методы диагностики механического состояния обмоток / А.Ю. Хренников // Новости Электро-Техники. – № 3(57). – 2009. – С. 43–45.
11. Хренников А.Ю. Диагностика силовых трансформаторов в Самараэнерго методом низковольтных импульсов / А.Ю. Хренников, О.М. Киков // Электрические станции. – № 11. – 2003. – С. 47–51.
12. Хренников А.Ю. Контроль механического состояния обмоток силовых трансформаторов методами низковольтных импульсов и частотного анализа / А.Ю. Хренников // Промышленная энергетика. – № 3. – 2009. – С. 9–12.
13. Цветаев С.К. Изоляция электрооборудования. Акустическая регистрация разрядных процессов / С.К. Цветаев // Новости электротехники. – 2008. – № 1(49). – С. 50–52.
14. Долин А.П. Акустическая локация электрических разрядов в измерительных трансформаторах / Долин А.П., Цветаев С.К., Поночко Ч., Попович А. // Электро. – 2005. – № 2. – С. 27–31.
15. Пытьев Ю.П. Морфологический анализ изображений / Ю.П. Пытьев // Докл. АН СССР. – 1983. – Т. 269. – С. 1061–1064.

Дополнительная литература

16. Львов М.Ю. О надежности силовых трансформаторов и автотрансформаторов электрических сетей / М.Ю. Львов, Ю.Н. Львов, Ю.А. Дементьев и др. // Электрические станции. – 2005. – № 11. – С. 69–75.

17. Чичинский М.И. Повреждаемость маслонаполненного оборудования электрических сетей и качество контроля его состояния / М.И. Чичинский // Энергетик. – 2000. – № 11. – С. 29–31.

18. Цветаев С.К. Опыт диагностики и ремонтов силовых трансформаторов для повышения надежности эксплуатации и продления срока службы / С.К. Цветаев, Н.Ф. Першина, С.В. Смекалов и др. // Электро. – 2006. – № 5. – С. 27–31.

19. Львов М.Ю. Оценка предельного состояния силовых трансформаторов и автотрансформаторов / М.Ю. Львов, К.М. Антипов, Ю.Н. Львов и др. // Электрические станции. – 2008. – № 1. – С. 44–50.

20. Хренников А.Ю. Методы низковольтных импульсов и частотного анализа для контроля механического состояния обмоток силовых трансформаторов / А.Ю. Хренников // Электро. – 2007. – № 2. – С. 41–45.

21. Смекалов В.В. Акустические регистраторы разрядных процессов в изоляции трансформаторов тока с радиоканалом / В.В. Смекалов, М.Д. Росщупкин, С.К. Цветаев // Электро. – 2007. – № 2. – С. 34–37.

22. Діагностика маслонаповненого трансформаторного обладнання за результатами хроматографічного аналізу вільних газів, відібраних із газового реле, і газів, розчинених у ізоляційному маслі. СОУ-Н ЕЕ 46.501:2006. – К. – 2007.

23. Шутенко О.В. Оценка информативности показателей качества трансформаторного масла при эксплуатационном контроле технического состояния изоляции высоковольтных трансформаторов / О.В. Шутенко // Вісник НТУ «ХПІ». – 2004. – № 7. – С. 88–98.

24. Шутенко О.В. Интерпретация результатов хроматографического анализа растворенных в масле газов, при обнаружении дефектов в изоляции трансформаторов // Вестник НТУ «ХПИ». – 2006. – № 34. – С. 101–115.

25. Абрамов В.Б. Отличительные особенности газообразования в трансформаторном масле герметичного и негерметичного высоковольтного оборудования / В.Б. Абрамов, Г.М. Боярчуков, Р.В. Яблонский // Нови́ни енергетики. – 2009. – № 9. – С. 17–32.

26. Шутенко О. В. Дослідження впливу експлуатаційних факторів на результати хроматографічного аналізу розчинених у маслі газів / О.В. Шутенко // Вісник Харківського національного технічного університету сіль-

ського господарства імені Петра Василенка. – 2008. – № 73. – С. 45–48.

27. Шутенко О.В. Анализ причин газовыделения в силовых трансформаторах, на основе исследования корреляционных связей между растворенными в масле газами / Шутенко О.В., Баклай Д.Н., Острикова Т.А., Мельник Н.Ю. // Світлотехніка та електроенергетика. – 2012. – № 3 – С. 72–81.

28. Шутенко О.В. Совершенствование методики интерпретации результатов ХАРГ при обнаружении дефектов высоковольтных трансформаторов / В.Е. Бондаренко, О.В. Шутенко // Электротехника 2030. Перспективные технологии электроэнергетики : XI симпозиум (Истра, Московская обл. 29–31 мая 2007 р: сб. тезисов.) – М. : ТРАВЭК, 2007. – С. 206–207.

29. Шутенко О.В. Метод обнаружения развивающихся дефектов высоковольтных трансформаторов по результатам хроматографического анализа растворенных в масле газов / О.В. Шутенко // Электрические сети и системы – 2010 – № 3. – С. 38–45.

30. Пат. 56766 Україна, МПК (2011.01) G01N 30/00. Спосіб виявлення дефектів в ізоляції високовольтного маслонаповненого обладнання за результатами хроматографічного аналізу розчинених у маслі газів / Бондаренко В.О., Шутенко О.В., Баклай Д.М., Аулова Н.В.; заявник і патентовласник НТУ «ХП». – № 201008612, заявл. 09.07.2010; опубл. 25.01. 2011, Бюл. № 2.

31. Бондаренко В.Е. Оценка достоверности результатов периодического контроля состояния трансформаторных масел / В.Е. Бондаренко, В.Б. Абрамов, О.В. Шутенко, Д.Н. Баклай // Новини енергетики. – 2011. – № 2. – С. 40–48.

Предметный указатель

А

Авария, 13

Алгоритм

распознавания, 21

по методу эталонов, 177

по методу среднего расстояния,
180

в методе потенциальных
функций, 160
нахождения разделяющей
гиперплоскости, 149

Б

Байеса

метод, 24

обобщенная формула, 25

матрица, 28

Бит, 110

В

Вероятность

апостериорная, 25

априорная, 24

Г

Генез, 14

Гиперплоскость, 145

Д

Диагностика, 8

акустическая, 228

медицинская, 8

техническая, 8

дифференциальная, 20

по расстоянию до эталона, 176

по угловому расстоянию, 178

по расстоянию до множества, 179

Диагностирование, 14

Диагностический вес, 117

условный, 119

независимый, 119

реализации комплекса

признаков, 119

Диагностическая ценность, 121

частная, 121

общая, 122

общая при одновременном

обследовании по комплексу

признаков, 123

частная при одновременном

обследовании по комплексу

признаков, 125

общая при последовательном

обследовании по комплексу

признаков, 126

частная при последовательном

обследовании по комплексу

признаков, 127

Дихотомия, 20

Дефект, 13

обнаружение дефекта, 14

поиск дефекта, 14

И

Информация, 112

средняя, 112

взаимная, 112

относительно состояния

системы, 114

элементарная, 115

К

Катастрофа, 13

Классификация, 20

Контроль, 16

технический, 16

периодический, 16

эксплуатационный, 16

Контролеспособность, 15

Концентрации

газов граничные, 61

газов типичные, 61

Корреляционное отношение, 189

Коэффициент

оптимальности, 130

весовой, 144

парной корреляции, 191

Критерий

Ирвина, 67

Колмлгорова – Смирнова, 70

Пирсона, 70

Стьюдента, 208

Уилкоксона, 67

Фишера – Снедекора, 68

Z критерий, 68

Л

Ложная тревога, 37

М

Метод

вероятностный, 21

детерминистский, 21

дисперсионный анализ

линейной регрессии, 210

контрольных уровней, 218

максимального правдоподобия, 30

минимального числа ошибочных решений, 42

минимакса, 44

минимального расстояния до множества, 182

минимального риска, 38

минимального риска при наличии зоны неопределенности, 51

минимального риска для

нескольких состояний, 55

минимального риска для

многомерных распределений, 58

Неймана – Пирсона, 47

Неймана – Пирсона при наличии зоны неопределенности, 53

наибольшего правдоподобия, 49

Нелдера – Мида, 84

низковольтных импульсов, 223

Ньютона, 49

последовательного анализа, 34

потенциальных функций, 158

потенциалов, 161

признаков, 221

раннего обнаружения дефектов, 246

средних для обнаружения

неслучайных отклонений, 207

элементов, 225

Метрика,

евклидова пространства, 172

неизотропного пространства, 173
обобщенная, 174
Модель, 19
структурная, 20
формализованная, 19
функциональная, 20

Н

Неоднородность, 65

О

Область
диагноза, 142
Образ
графический дефекта, 183
Отказ, 11
внезапный, 11
зависимый, 12
независимый, 12
несовместный, 12
постепенный, 11
систематический, 11
скрытый, 12
случайный, 11
совместный, 12
частичный, 12
явный, 12

П

Показатель, 9
Поломка, 13
Правило
решающее, 21
Признак, 9
простой, 28

сложный, 116
одноразрядный, 117
многоразрядный, 117

Последовательность

обучающая, 146

Прогнозирование, 14

Происшествие, 13

Пропуск цели (дефекта), 37

Пространство

диагностическое, 155

дополненное, 147

Евклидово, 172

изотропное, 173

координаты, 174

неизотропное, 173

неизотропное, неоднородное,
175
однородное, изотропное, 176
однородное, неизотропное, 175
признаков, 141

Р

Разделение

при наличии нескольких
диагнозов, 152

линейное, 153

в диагностическом
пространстве, 154

Распознавание, 21

уровень, 30

траекторий, 193

кривых, 206

Распределение, 36

одномодальное, 39

ранговое, 64

асимметрия, 68
эксцесс, 68
Вейбулла, 70

Расстояние
по Хэммингу, 173
диагностическое, 177

Риск
заказчика, 37
поставщика, 37
средний, 38
средний при наличии зоны
неопределенности, 51
средний для нескольких
состояний, 55
средний для многомерных
распределений, 58

С

Сбой, 12
Система, 8
сигналов, 112
Состояние, 10
исправное, 10
неисправное, 10
неработоспособное, 10
правильного функционирования,
10
предельное, 10
работоспособное, 10
равновероятное, 110

Т

Теория

распознавания образов, 14
контролеспособности, 15
информации, 109

Траектория, 194
диаметр, 195
интервал, 194
эталонная, 194
центр, 195

Тренд, 210

Ф

Функция
дискриминантная, 142
линейная дискриминантная, 143
ортогональная, 157
разделяющая, 143
линейная разделяющая, 144

У

Условие
компактности, 146
идеального наблюдателя, 43
линейной разделимости,
независимости признаков, 26
нормирования, 174
однородности выборок, 68
оптимальности обследования, 132
разделения, 147
сходимости, 151
экстремума, 38

Э

Энтропия, 112

Навчальне видання

БОНДАРЕНКО Володимир Омелянович
ШУТЕНКО Олег Володимирович
БАКЛАЙ Дмитро Миколайович

МАТЕМАТИЧНІ ОСНОВИ ТЕХНІЧНОЇ ДІАГНОСТИКИ ОБ'ЄКТІВ
ЕЛЕКТРИЧНИХ МЕРЕЖ

Навчальний посібник в двох частинах
для студентів спеціальності
«Електроенергетика, електротехніка й електромеханіка»
в тому числі для іноземних студентів

Частина перша
ДІАГНОСТИКА СТАНУ ОБЛАДНАННЯ ЕЛЕКТРИЧНИХ МЕРЕЖ
НА ОСНОВІ СТАТИСТИЧНИХ ТА ДЕТЕРМІНІСТИЧНИХ
МЕТОДІВ РОЗПІЗНАВАННЯ

Російською мовою

Відповідальний за випуск проф. Бондаренко В.О.

Роботу до видання рекомендував проф. Веприк Ю.М.

Редактор О.В. Козюк

План 2016 р., поз. 19

Підп. до друку _ _ _ _ _ Формат 60x84 1/16. Папір офсетний.

Друк – ризографія. Гарнітура Times New Roman. Ум. друк. арк. 14,9

Наклад 50 прим. Зам. № __. Ціна договірна.

Видавничий центр НТУ «ХП».

Свідоцтво про державну реєстрацію ДК №3657 від 24.12.2009 р.
61002, Харків, вул. Кирпичова, 2.

Друкарня НТУ «ХП».
61002, Харків, вул. Кирпичова, 2.